

國內金融資產投資組合風險值壓力測試之研究

—Kupiec 條件機率壓力測試法

楊佳寧¹

一、前言

近年來隨著金融自由化、國際化開放的腳步加快，使得利率、匯率波動的幅度加大，造成企業或銀行體系所持有的各式直接金融資產及負債皆會因為受到利率、匯率、股票價格變動而產生巨額損益波動，因此如何將各種風險做適當管理及控制在可以忍受的範圍內，已取代了以利潤導向為主的管理方針成為今日企業及銀行等實務界金融管理的首要目標，而風險值(VaR)則為風險管理模式中衡量或揭露風險的一個標準化指標。

但由於風險值(VaR)之計算受到常態分配假設之限制，因此當市場風險因子的價格波動呈現非常態分配時，會使得依據 VaR 而建立之現金部位未能應付實際重大事件發生時之損失，因此金融機構及企業有必要對其資產組合進行壓力測試，以確實掌握當一個市場或數個市場遭受壓力事件衝擊時投資可遭受的龐大損失。本研究以 Kupiec 所提出之條件機率壓力測試法為基礎，比較一般及條件機率壓力測試值在本國金融資產面臨壓力時的表現。

二、壓力測試

1、一般壓力測試法

一般壓力測試法，假設當某一市場或風險因子發生壓力事件時，其他風險因子將不受到此壓力事件的影響。一資產組合價值的變動可以 $\Delta\tilde{V}_t = X_t\tilde{R}_t$ 來表示，為進行壓力測試，須將 N 個市場風險因子，依據是否外生給定變化量來區分為兩部分，其一是給定特定變化量之 K 個風險因子，以 \tilde{R}_{2t} 表示，為一 K×1 之向量，而 \tilde{R}_{1t} 則代表未給定特定變化量之 N-K 個風險因子，為一(N-K)×1 之向量。因此，市場風險因子之條件報酬率分配可表示成 (1) 式的形式，其中 μ_{1t} 、 μ_{2t} 仍服從常態分配之假設，與標準 VaR 之設定相同。

$$\begin{bmatrix} \tilde{R}_{1t} \\ \tilde{R}_{2t} \end{bmatrix} \sim N\left(\begin{bmatrix} \mu_{1t} \\ \mu_{2t} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \Sigma_{11t} & \Sigma_{12t} \\ \Sigma_{21t} & \Sigma_{22t} \end{bmatrix}\right) \quad (1)$$

¹ 本文作者為數位財經股份有限公司研究員。

若讀者有任何問題及建議，歡迎利用 E-MAIL 與我聯絡；E-mail：Chainning@tej.com.tw。

$$\begin{aligned}
 \text{其中： } \mu_1 &= \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} & \mu_2 &= \begin{bmatrix} \mu_{N-K+1} \\ \mu_{N-K+2} \\ \vdots \\ \mu_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\
 \Sigma_{11} &= \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \cdots & \sigma_{1K} \\ \sigma_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_{2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{K1} & \sigma_{K2} & \cdots & \sigma_K^2 \end{bmatrix} & \Sigma_{22} &= \begin{bmatrix} \sigma_{K+1}^2 & \sigma_{K+1K+2} & \cdots & \sigma_{K+1N} \\ \sigma_{K+2K+1} & \sigma_{K+2}^2 & \cdots & \sigma_{K+2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{NK+1} & \sigma_{NK+2} & \cdots & \sigma_N^2 \end{bmatrix} \\
 \Sigma_{12} &= \begin{bmatrix} \sigma_{1K+1} & \sigma_{1K+2} & \cdots & \sigma_{1N} \\ \sigma_{2K+1} & \sigma_{2K+2} & \cdots & \sigma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{KK+1} & \sigma_{KK+2} & \cdots & \sigma_{KN} \end{bmatrix} & \Sigma_{21} &= \begin{bmatrix} \sigma_{K+11} & \sigma_{K+12} & \cdots & \sigma_{K+1K} \\ \sigma_{K+21} & \sigma_{K+22} & \cdots & \sigma_{K+2K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{N1} & \sigma_{N2} & \cdots & \sigma_{NK} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

同樣的，依據該風險因子之價值是否外生給定，可將資產組合中對映至各風險因子之現金流量 X_t ，分成 X_{1t} X_{2t} 兩部分，則資產組合價值的變化的方程式可改寫為 (2) 式：

$$\Delta \tilde{V}_t = \begin{bmatrix} X_{1t} & X_{2t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{R}_{1t} \\ \tilde{R}_{2t} \end{bmatrix} = X_{1t} \tilde{R}_{1t} + X_{2t} \tilde{R}_{2t} \quad (2)$$

$R_2 = [r_1 \ r_2 \ \cdots \ r_k]$ 代表了 K 個外生給定之市場風險的變化量， R_2 的合理值由風險管理者依據各式分析方法來決定，因此 (2) 式可改成為 $\Delta \tilde{V}_t = X_{1t} \tilde{R}_{1t} + X_{2t} R_{2t}$ ，因此 \tilde{R}_{1t} 為方程式中唯一在實際進行壓力測試時，具有爭議性之部分，因此在一般傳統壓力測試之下，均直接假定 \tilde{R}_{1t} 為 0，也就是說其他非外生之市場因子的變化量為 0。因此在傳統壓力測試方法中，投資組合之跌價損失可表示成 (3) 式的形式，亦即投資組合之價格變動僅受到給定變動值之市場風險因子影響，該壓力事件僅對一組市場風險因子造成影響，而該影響並不會對其他市場風險因子產生連鎖反應。

$$\Delta \tilde{V}_t = X_{2t} R_{2t} \quad (3)$$

2、條件機率壓力測試法

在一般傳統壓力測試法中，假設其他市場風險因子價值完全不會變動，即完全不受外生給定變動量之市場風險因子的影響，這與一般認知不符，且風險因子間相關性實證研究並不支持該論點。因此 Kupiec (1998) 利用整體市場風險因子服從多變數常態分配之假設，在各風險因子報酬率之共變異矩陣 ($\Sigma_{11} \Sigma_{12} \Sigma_{21} \Sigma_{22}$) 不因爲壓力事件發生而改變的情況下，推導出當外生市場風險因子變動量爲 R_2 之時，非外生市場風險因子會隨之變動情況下，非外生市場風險因子變動量 \tilde{R}_{1t} 所服從之分配如下：

$$\tilde{R}_{1t} \Big|_{\tilde{R}_{2t}=R_2} \sim N[\mu_c, \Sigma_c] \quad (4)$$

$$\text{其中 } \mu_c = \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} R_2 \quad \Sigma_c = \Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}$$

由 (4) 式可知，在多變數常態分配假設下，資產組合價值變動 $\Delta \tilde{V}_t = X_{1t} \tilde{R}_{1t} + X_{2t} R_{2t}$ 亦符合一常態分配，其期望值與變異數分別爲：

$$E(\Delta \tilde{V}_t) = X_{1t} \mu_c + X_{2t} R_{2t}$$

$$\sigma_{\Delta \tilde{V}_t}^2 = X_{1t} \Sigma_c X_{1t}^T$$

因此在 Kupiec 提出之條件機率壓力測試法下，所得到的是壓力事件發生時資產組合價格變化的新分配，並非單一的資產組合損失的估計值，所以將其搭配在一般的風險值 VaR 之應用，可以在壓力事件發生下的常態分配之左尾臨界值，作爲評估給定外生市場風險因子後整體資產組合可能的損失值，若在 95% 的信賴水準下，壓力事件發生下之損失值可表示成 (5) 式，也可單獨使用壓力事件發生下價格變化之期望值作爲評估預期損失之指標，如 (6) 式。

$$\text{Stress Var}(95) = X_{2t} R_2 + X_{1t} \Sigma_{12}^{-1} R_2 - 1.65 \sqrt{X_{1t} (\Sigma_{11} - \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} \Sigma_{21}) X_{1t}^T} \quad (5)$$

$$E(\text{Stress VaR}) = X_{2t} R_2 + X_{1t} \Sigma_{12} \Sigma_{22}^{-1} R_2 \quad (6)$$

上述爲關於一般傳統壓力測試及條件壓力測試法的介紹。

三、壓力測試之實證

本研究觀察並比較一投資組合在金融市場受到重大壓力事件衝擊時，一般壓力測試法及條件機率壓力測試法在壓力事件發生之前是否有要求足夠之安全準備，有效防範壓力事件發生對投資組合所造成的損失。

本實證的選樣時間為 1997 年 1 月 1 日起至 2000 年 10 月 31 日，投資組合的成分包含外匯、股市、利率及衍生性商品部分，外匯部分包含美元、日圓，股市部分為光華鴻運基金及紐約道瓊工業指數，利率部分則選擇涵蓋選樣期間的 86 央債甲四(期間：10 年，票面利率：6.8%)，衍生性商品部分有台灣加權股價指數期貨及 30 天期遠期外匯交易²，投資組合的標的及條件整理於表一。

在處理原始資料上，由於國內外金融市場之資料完整性不足及交易日不完全相同，因此在處理有關風險因子欠缺資料時，本文是以除去該日各風險因子之資料來加以處理。而在界定壓力事件期間方面，先計算各風險因子在選樣期間中所有觀察值之標準差，並以單日跌幅大於三倍之標準差視為發生壓力事件。該實證研究一共採用了 895 筆觀察值，由於利率發生壓力測試的部分其影響力相對於股市及匯市來的小，且一債券的相關利率風險因子很多，將會分散了利率變動的影響，且台灣利率受限於央行的干預，也常因為股市變動而降低其影響的顯著性，因此本文並不列述關於利率之壓力事件分析，下面就分別對股市及匯率發生壓力事件的情況，一一說明。

表一：投資組合

標的	商品	金額	條件
指數期貨	加權股價指數期貨	5 口	
外匯	美元	25000 元	幣別：美元
外匯	日圓	30000 元	幣別：日圓
基金	0001光華鴻運	1000 單位	
債券	86央債甲四	100000 元	期間：10 年，票面利率：6.8%
國際股價	紐約道瓊工業指數	10000 美元	
遠期外匯交易	30天期遠期外匯交易	10000 美元	匯率：NTD/USD

² 投資組合中的所有標的價值會隨日期變動而改變，為簡化計算過程，遠期外匯交易的匯兌貨幣為美元，在做壓力測試時壓力事件發生前一天皆假設為該 30 天期遠期外匯交易的契約起始日。股價指數期貨部分由於股價指數期貨資料及契約迄日之限制，因此需對其契約日期作一些處理。

1、股市壓力事件

在股市壓力測試部分，以台灣加權股價指數及紐約道瓊工業指數為例，來加以說明。首先求出台灣加權股價指數及紐約道瓊工業指數，選樣期間所有觀察值的標準差，分別為 0.0166 及 0.0120，本研究將單日跌幅大於三倍之標準差（-0.0498 及 -0.0360）視為發生壓力事件，由表二及表三可知在 1997 年 1 月 1 日起至 2000 年 10 月 31 日之間台灣股市發生之壓力事件一共有三次，紐約道瓊工業指數發生之壓力事件則有六次。

實際損失是指當壓力事件發生時，當天投資組合總值較壓力事件發生前一天減少的部分，由表二中可看出，在台灣股市（即台灣加權股價指數變動超過三個標準差）發生壓力事件時，一般傳統的壓力測試法及條件壓力測試法中的 $E(\text{Stress VaR})$ 所求得之損失估計值皆低於投資組合實際損失，因此若金融機構或企業利用這二種方式任一方法所求得的風險值估計值，則無法有效的防範台灣股市壓力事件的發生，而最保守的 Stress VaR (95) 法則可以有效的將損失控制於範圍之內。另外由表三中，可以明顯看出利用一般傳統的壓力測試法及條件壓力測試法中的 $E(\text{Stress VaR})$ 所求得之風險值估計值皆低於實際損失，而最為保守的 Stress VaR (95) 方式所求得的風險值估計值高於實際損失，因此仍然能有效的防範美國股市壓力事件的發生。

表二：台灣加權股價指數壓力事件、實際損失及失壓力測試估計值之比較

(單位：千元)

日期	單日股價變動率(%)	實際損失	一般壓力測試	$E(\text{Stress VaR})$	Stress VaR (95)
1997/12/1	-5.0858	6134.29	473.49	473.51	11338.14
2000/3/13	-6.5501	5816.47	481.35	481.36	11437.67
2000/10/19	-6.4605	9103.82	578.95	578.97	10955.30

表三：紐約道瓊工業指數壓力事件、實際損失及壓力測試估計值之比較

(單位：千元)

日期	單日股價變動率(%)	實際損失	一般壓力測試	$E(\text{Stress VaR})$	Stress VaR (95)
1997/10/27	-7.1838	5140.68	3154.41	3154.44	11361.11
1998/8/27	-4.1927	7995.67	3758.83	3758.86	13131.27
1998/8/31	-6.3665	5978.18	3815.28	3815.30	13188.29
2000/3/7	-3.6819	10613.34	3547.10	3547.12	11786.35
2000/4/14	-5.6555	5407.01	3573.65	3573.66	11724.65
2000/10/12	-3.6414	6566.30	3689.59	3689.63	12118.59

2、匯市壓力事件

在匯市壓力測試部分，以台幣對美元及日圓間的匯率為例，來加以說明。首先求出台幣對美元（NTD/USD）及日圓（NTD/YEN）間的匯率，選樣期間所有觀察值的標準差，分別為 0.0037 及 0.0077，本研究將單日跌幅大於三倍之標準差（-0.0110 及 -0.0230）視為發生壓力事件，由表四及表五可知在 1997 年 1 月 1 日起至 2000 年 10 月 31 日之間台幣對美元匯率發生之壓力事件一共有十次，台幣對日圓匯率發生之壓力事件則有三次。

由表四中可知，一般壓力測試法、條件機率的 E(Stress VaR)及 Stress VaR (95) 壓力測試法三種方式所求得的風險值估計值，在台幣與美元匯率發生壓力事件時，十次中可承受八次，但其餘二次，若金融機構或企業利用這三種方式，則會使其遭受比預期更大的損失。

表四：台幣對美元匯率(NTD/USD)壓力事件、實際損失及壓力測試估計值之比較

(單位：千元)

日期	單日匯率變動率(%)	實際損失	一般壓力測試	E(Stress VaR)	Stress VaR (95)
1997/11/4	-1.70	6826.16	21131.65	21131.73	27431.92
1997/11/21	-1.83	24359.41	24626.61	24626.69	31103.24
1997/12/4	-1.33	23415.46	25936.84	25936.87	32273.47
1998/1/14	-1.76	25942.58	30708.89	30708.93	37533.66
1998/2/27	-1.69	27645.87	29308.54	29308.74	35715.85
1998/5/11	-1.45	20428.75	29145.38	29145.51	35705.69
1998/6/18	-2.01	24672.14	31011.21	31011.45	37906.43
1998/10/8	-1.40	24766.34	28401.50	28401.63	34915.44
2000/1/4	-1.27	35642.61	21682.99	21681.25	27795.28
2000/1/5	-1.53	36766.55	21408.29	21408.31	27321.58

由表五中，可以發現當台幣與日圓間的匯率發生壓力事件時，三種方式中的前兩種所得之風險值估計值低於實際損失，將會使得投資者遭受大於預期的損失，而 Stress VaR (95) 考慮當匯率（NTD/YEN）發生變動時，三次中有可承受二次壓力事件的發生，但其餘一次，若金融機構或企業利用這種方式，則仍會使其遭受比預期更大的損失。

表五：台幣對日圓匯率(NTD/YEN)壓力事件、實際損失及壓力測試估計值之比較

(單位：千元)

日期	單日匯率變動率(%)	實際損失	一般壓力測試	E(Stress VaR)	Stress VaR (95)
1997/8/30	-2.31	7711.23	182.56	182.57	9775.48
1997/11/4	-2.77	6826.16	232.11	232.15	10739.04
1998/9/10	-2.82	13074.56	238.67	238.69	11773.15

四、結論

一般傳統的壓力測試法，由於只考慮到某一風險因子發生壓力事件時，對投資組合總值的影響，並未考到其他風險因子會隨之變動的相關性，因此將可能低估風險值。由上述關於股市及匯市壓力事件及壓力事件測試的實證結果，可以發現 Stress VaR (95) 即信賴水準百分之 95 的風險值由於該方法不但考慮了發生壓力事件的風險因子，也利用共變異數處理了風險因子中的相關性，因此利用此種方式所得之風險值估計值皆較能使投資者的損失不至於超過預期。但在使用壓力測試法的時候，一般都以考慮跌價損失超過一定水準的部分為主要關心的課題，這將可能使得所求出的風險值預估值高於實際損失過多，而使得投資人的資本有過多閒置，不利於投資人，因此可將收益高過一水準的部分也做一番考慮或將過去預測中過高的預測值當作預測誤差進行處理，以求得更適當之風險值預估值。

【參考文獻】

- 1、Paul H.Kupiec (1998), Stress Testing in a Value at Risk Framework
- 2、Finger, Christopher (1997) ,"A Methodology for Stress Correlations." RiskMetrics Monitor
- 3、王仁尹 (2000) 我國金融資產組合 VaR 風險值壓力測試研究，台灣大學國際企業學研究所論文。
- 4、沈大白 (2000) ，「風險值的應用、評估與其對金融市場的影響」，貨幣觀測與信用評等，第二十一期。