

# 模擬方法運用在風險值估計

## —以台灣認購權證為例

張大成\* 楊佳寧\*\*

### 一、前言

近年來，金融自由化與國際化，新金融商品推陳出新，使得金融商品的種類越趨多樣化，整個金融經營環境改變，讓公司、銀行在透過金融市場進行交易時，所面臨的風險種類亦隨之增加，風險的控管也日益重要。且自民國87年10月大華證券推出了第一個美式重設型認購權證，國內衍生性金融商品的發展又邁出一大步，在國內權證市場日趨成熟的情勢下，各種不同的契約條件下如何正確地評價已成為一重要課題。而權證其未來價格的變動趨勢並非為線性，因此較一般金融商品在評價時，須考慮更多的因素，操作時也相對具較高風險，因此如何適當評估其風險值也是相對重要。本文分別以完全評價法及局部評價法兩種方式來評價認購權證價值，比較兩種方式所求得之認購權證風險值的差異。以下就分別對完全評價法(Full Valuation)及局部評價法(Local Valuation)做一簡單介紹，再來以一般型及重設型的認購權證各一檔，做一簡單比較說明。

### 二、理論基礎

模擬法可分為局部評價法及完全評價法，局部評價法有Delta-Gamma-蒙地卡羅法、Delta-Gamma-歷史模擬法；而完全評價法則有蒙地卡羅法、Grid蒙地卡羅法及歷史模擬法。本文則僅將局部評價法之Delta-Gamma-蒙地卡羅法，及完全評價法之蒙地卡羅法，利用台灣之認購權證資料，進行模擬分析，進而求算其風險值。底下，則說明這兩種模擬法之演算方法。

#### (1) 完全評價法(Full Valuation)－蒙地卡羅法

蒙地卡羅模擬法是假設資產價格的變動服從一隨機過程，利用電腦在特定時間範圍內，大量模擬產生隨機資產價格的路徑，由此建構出資產報酬之分配，推估出該資產風險值的方法，因該方法可涵蓋變數的所有可能狀況，所以是一最完整的方式，但其缺點主要是需要煩雜的電腦技術和大量的重覆抽樣，過程相當費時。另外，對於代表價格變動的隨機模型，若是選擇不當，會導致模型風險的產生。且模擬所需的樣本數必須要大且足夠，才能使估計出的分配得以與真實的分配接近。

\* 作者任教於東吳大學國貿系。

\*\* 作者為數位財經股份有限公司研究員。

(2) 局部評價法(Local Valuation)－Delta-Gamma-蒙地卡羅法

Delta-Gamma Method 為非線性的風險值估計法，該方法可用來處理一金融資產其價格變動與其風險因子的價格變動並非為線性關係的情況，例如：認購權證。依據 Black-Schole 選擇權定價模式可導出買權價值  $C$ ，並求算出 Delta 及 Gamma，其公式表示如下。

$$C = Se^{-qt} N(d_1) - Ke^{-rt} N(d_2)$$

$$\text{Delta}(\delta) = \frac{\partial C}{\partial S} = e^{-qt} N(d_1)$$

$$\text{Gamma}(\gamma) = \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \frac{N'(d_1)e^{-qt}}{S\sigma\sqrt{t}}$$

其中：

$C$ ：選擇權買權價格	$S$ ：標的股價
$K$ ：履約價格	$r$ ：無風險利率
$q$ ：股利率	$N(d)$ ：累積之標準常態分配函數

$$N(d) = \int_{-\infty}^d \Phi(x) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^d e^{-\frac{1}{2}x^2} dx$$

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2 / 2)t}{\sigma\sqrt{t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{t}$$

Delta-Gamma-蒙地卡羅法是模擬法較簡便的方法，其是隨機模擬風險因子未來變動的路徑，接著以 Taylor Approximation 創造選擇權的價格，求出該權證的風險。Taylor Expansion 表示如下式：

$$dV(S) = \Delta' dS + 1/2(dS)\Gamma(dS)$$

### 三、風險值的計算方式

(1) 完全評價法

由於台灣的認購權證價格常有高估的情況，因此本文在此，是以理論價格來計算權證風險值。運用 Matlab 計量軟體，模擬出不同情況下，認購權證標的股價的可能路徑，求出各種情境下，權證之理論價格，再進一步求出權證平均理論價格及理論價格的波動程度，求出該權證之風險值。其中權證之理論價格的求算是先模擬 200 次權證可能價格做一平均，得出權證理論價，再重複 500 次得出 500 個理論價，再求算這 500 個理論價格之平均值，進而求出權證平均理論價格，因此在求算時模擬次數有 10000 次。

(2) 局部評價法

首先，利用 Black-Schole 選擇權定價模式所得之認購權證價值公式，求出該認購權證之 Delta 及 Gamma 的曝顯部位及風險因子。其次，利用模擬法模擬各風險因子的波動程度。然而由於認購權證包含的風險因子並非為單一的，須考慮各風險因子間的相關性，因此在模擬各因子相關隨機變數時，需先透過 Cholesky 分解方法，將各因子報酬率相關性矩陣分解，求得一個下三角矩陣 (Lower Triangular)，再與標準常態分配  $N(0, 1)$  的隨機變數矩陣相乘後，模擬出各風險因子報酬變動率的路徑，計算出權證之風險值。

四、實證結果說明

1、樣本的選取及樣本期間

本文選擇一台灣上市認購權證般型及重設型認購權證各一檔說明，一般型選擇存續期間涵蓋 2000 年整年及發行量較大的 0535 元大中環，重設型則以到期期間在 2000 年內，且於重設期間有進行重設之 0549 元大台化重設型為例。至於完全及局部評價法的比較樣本期間列示於下表一。而權證價格、標的股價等資料來自於台灣經濟新報 (TEJ) 認購 (售) 權證明細、認購 (售) 權證屬性及其認購權證日交易狀況，三個資料庫。

表一：完全及局部評價法的比較樣本期間

權證種類	權證名稱	比較期間
一般型	0535 元大中環	選擇權證存續期間的中段 2000/01/04 至 2000/02/17 的 30 的交易日
重設型	0549 元大台化重設型	選擇該權證重設期間的一個月中的前 15 個交易日

2、實證結果

利用上述第三節介紹的方法，本文分別求算 0535 元大中環及 0549 元大台化重設型，完全評價法及局部評價法的風險值，表二為 0535 元大中環兩方法計算出來的風險值平均數及標準差，由表中結果可發現局部評價法所求出的方法所得之風險值平均數及標準差皆較完全評價法稍高，接著，進一步以成對母體平均數檢定法檢定兩方法的平均數是否相同，由表二中結果可發現不論在  $\alpha=0.01$  或  $0.05$  皆接受兩方法的平均數相同的假設。表三則為 0549 元大台化重設型兩方法計算出來的風險值平均數及標準差，由表中結果可發現局部評價法所求出的方法所得之風險值平均數較完全評價法稍高，而兩方法的平均數是否相同，由表三中結果可發現在  $\alpha=0.01$  接受兩方法的平均數相同的假設。表二及表三中的超限次數為權證實際損益超過風險值的次數，由表中結果可發現，不論在 0535 元大中環及 0549 元大台化重設型，兩種評價方式的超限次數皆為 0，即表示該方法所求之風險值足以應付權證的實際損益。

表二：0535 元大中環的實證結果

	完全評價法	局部評價法
平均風險值(元/股) <sup>註</sup>	9.300	9.340
風險值變異數(元/股)	1.457	1.494
超限次數	0	0
平均數差的檢定(t 檢定)	-0.440	
臨界值( $\alpha=0.01$ )	2.756	
臨界值( $\alpha=0.05$ )	2.045	

註：平均風險值為：99%，1 天之每日風險值，共 30 天之平均值。

表三：0549 元大台化重設型的實證結果

	完全評價法	局部評價法
平均風險值(元/股)	2.088	2.187
風險值變異數(元/股)	0.334	0.331
超限次數	0	0
平均數差的檢定(t 檢定)	-2.594	
臨界值( $\alpha=0.01$ )	2.977	
臨界值( $\alpha=0.05$ )	2.145	

註：平均風險值為：99%，1 天之每日風險值，共 15 天之平均值。

## 五、結論

本文分別利用完全評價法及局部評價法，估計重設型及一般型權證的風險值，並比較其所求風險值的差異程度，由實證結果，可看出其間仍有些差距，但大致上得到的結果相差不大。完全評價法考慮了資產未來價格變動的所有可能路徑，但其模擬的次數需夠多，否則，模擬出的結果則可能會有誤差，但其要模擬次數夠多，需耗費大量的資源及時間。而局部評價法，則較完全評價法簡單，因此計算上，較便捷，但其由於是局部的評價，因此將會比完全評價法，在運算上產生缺失。另本文，只利用一般型及重設型各一檔權證做說明，做一概念介紹及初探，未來將可對各種台灣認購權證逐一驗證。

### 參考文獻：

1. Jorion Philippe, (2000), Value at Risk, Second edition.
2. Hull John C., (2000), Options Futures, & Other Derivatives, Forth Edition.
3. 何振文, (2000), 蒙地卡羅模擬在選擇權評價上之運用, 國立中央大學財務管究所碩士論文
4. 周忠賢, (2000), 風險值衡量方法的比較－匯率之實證研究, 輔仁大學金融研究所碩士論文