

# 界限型選擇權評價與風險值之估計

## —以外匯選擇權為例

林朝陽

### 一、前言

以往選擇權大部分為到期執行的歐式選擇權，亦或是可隨時執行的美式選擇權，但近年來新奇選擇權與日俱增，不論標的是個股、指數、外匯、利率、商品，皆可設計成不同型態的選擇權，甚至是許多結構型商品也會將其包裝在內。而界限型選擇權(Barrier Options)，是目前市場上最被廣為使用的新奇選擇權，其隨標的變動將影響一個特定的事件是否會被觸發，該事件主要分為界限入局和出局，再按觀察標的往上或往下移動，又可分為上升下降型。本文將以標的為外匯的外匯選擇權說明，先介紹標準型外匯選擇權的評價和風險值估計方法，進而利用Merton與Reiner and Rubinstein界限型選擇權的訂價公式，以Delta-Gamma-Delta模式推估風險，最後亦會以實際界限型外匯選擇權為例，依契約條件代入推估公式，來視其價格和風險值。

### 二、標準型外匯選擇權評價與風險值方法

外匯選擇權(Currency Options)又稱外幣選

擇權，其買(賣)權持有人有權利在未來約定時間，按當初簽訂的約定匯率，買入(賣出)某一外匯，例如美金兌英鎊等。而一般型外匯選擇權的評價公式，和指數選擇權的訂價公式類似，只是標的部分指數為股利率形式，外匯選擇權改以外匯的利息收入，舉例說明如下：

即以美金兌英鎊的買權說明，英鎊目前匯率為 $V_0$ ，利率為 $r_V$ ，美金目前匯率為 $U_0$ ，利率為 $r_U$ ，美金換英鎊的執行價格為 $K$ ，選擇權存續期間 $T$ ，在此為使計價幣別轉為新台幣，我們以其中一種外幣相對於台幣的匯率來處理，所以將 $V_0/U_0$ 定義為 $W_0$ ，該評價公式表示：

$$\begin{aligned} c &= U_0 [W_0 e^{-r_V T} N(d_1) - K e^{-r_U T} N(d_2)] \\ &= U_0 c' \\ d_1 &= \frac{\ln(W_0 / K) + (r_U - r_V + \sigma^2 / 2)T}{\sigma \sqrt{T}} \quad (1) \\ d_2 &= d_1 - \sigma \sqrt{T} \end{aligned}$$

若要評估外匯選擇權風險，我們對 $c$ 取全微分，得到：

$$\begin{aligned} dc &= U_0 dc' + c' dU \\ &= U_0 \left[ \Theta' dt + \Delta_W dW + \frac{1}{2} \Gamma_W dW^2 + \rho_V dr_V + \rho_U dr_U \right] + c' dU \\ &= U_0 \left[ \Theta' dt + \Delta_W W_0 \frac{dW}{W_0} + \frac{1}{2} \Gamma_W W_0^2 \left( \frac{dW}{W_0} \right)^2 + \rho_V dr_V + \rho_U dr_U \right] + c' U_0 \frac{dU}{U_0} \\ &= U_0 \left[ \Theta' dt + \Delta_W W_0 dx_W + \frac{1}{2} \Gamma_W W_0^2 dx_W^2 + \rho_V dr_V + \rho_U dr_U + c' dx_U \right] \quad (2) \end{aligned}$$

其中，

$$\Theta' = -\frac{W_0 N'(d_1) \delta e^{-r_f T}}{2\sqrt{T}} + r_f W_0 N(d_1) e^{-r_f T} - r_U K e^{-r_U T} N(d_2) \quad (3)$$

$$\Delta_W = e^{-r_f T} N(d_1) \quad (4)$$

$$\Gamma_W = \frac{N'(d_1) e^{-r_f T}}{W_0 \delta \sqrt{T}} \quad (5)$$

$$\rho_U = K T e^{-r_U T} N(d_2) \quad (6)$$

$$\rho_V = -T e^{-r_f T} W_0 N(d_1) \quad (7)$$

以Delta-Gamma-Delta模式來估計風險值，須算出 $dc$ 的一階與二階動差。由於 $U_0 \Theta' dt$ 為常數，所以先計算 $dc - U_0 \Theta' dt$ 的一階與二階動差，並假設 $x_W, x_U, r_U, r_V$ 均為平均值為0的常態分配，將 $dc - U_0 \Theta' dt$ 寫成向量形式：

$$\begin{aligned} dc - U_0 \Theta' dt &= U_0 \left[ \Delta_W W_0 dx_W + \frac{1}{2} \Gamma_W W_0^2 dx_W^2 + \rho_V dr_V + \rho_U dr_U + c' dx_U \right] \\ &= U_0 \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_W W_0 & \rho_V & \rho_U & c' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx_W \\ dr_V \\ dr_U \\ dx_U \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \Gamma_W W_0^2 dx_W^2 \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

整理 $dc - U_0 \Theta' dt$ 的一階與二階動差分別為：

$$E(dc - U_0 \Theta' dt) = \frac{1}{2} U_0 \Gamma_W W_0^2 \sigma_W^2 \quad (9)$$

$$E(dc - U_0 \Theta' dt)^2 = U_0^2 \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_W W_0 & \rho_V & \rho_U & c' \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} \Delta_W W_0 \\ \rho_V \\ \rho_U \\ c' \end{bmatrix} + \frac{3}{4} \Gamma_W^2 W_0^4 \sigma_W^4 \right\} \quad (10)$$

其中，

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_W^2 & & & \\ \text{cov}(x_W, r_V) & \sigma_{r_V}^2 & & \\ \text{cov}(x_W, r_U) & \text{cov}(r_V, r_U) & \sigma_{r_U}^2 & \\ \text{cov}(x_W, x_U) & \text{cov}(r_V, x_U) & \text{cov}(r_U, x_U) & \sigma_U^2 \end{bmatrix} \quad (11)$$

算出一階與二階動差後，我們可以計算 $dc$ 的變異數如下：

$$\begin{aligned} \text{Var}(dc) &= \text{Var}(dc - U_0 \Theta' dt) \\ &= E(dc - U_0 \Theta' dt)^2 - [E(dc - U_0 \Theta' dt)]^2 \\ &= U_0^2 \left\{ \begin{bmatrix} \Delta_W W_0 & \rho_V & \rho_U & c' \end{bmatrix} \Sigma \begin{bmatrix} \Delta_W W_0 \\ \rho_V \\ \rho_U \\ c' \end{bmatrix} + \frac{1}{2} \Gamma_W^2 W_0^4 \sigma_W^4 \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

開根號可以得到 $dc$ 的標準差 $\sigma(dc)$ ，所以相對風險值為 $Z_\alpha \times \sigma(dc)$ ，本文為計算絕對風險

值，則將相對風險值減去E(dc)，而E(dc)可以由(9)式求得

$$E(dc) = U_0 \left[ \Theta' dt + \frac{1}{2} \Gamma_w W_0^2 \sigma_w^2 \right] \quad (13)$$

(12)式與(13)式相減後即為標準型外匯選擇權絕對風險值。

### 三、界限型選擇權評價與風險值方法

1967年開始界限型選擇權已經在美國店頭市場進行交易，相較於標準型選擇權，差異在於標的是否觸及某一界限，在到期之前觸及界限而生效的選擇權，為入局型界限選擇權，依變動方向可分為上升入局和下降入局；在到期之前觸及而失效，為出局型界限選擇權，相同地也可分為上升出局和下降出局。Merton和Reiner and Rubinstein提供界限選擇權的評價公式，由A、B、C、D四項評價模組<sup>1</sup>，按照契約的不同型態做成組合，說明如下：

$$A = \phi S e^{-qT} N(\phi d_1) - \phi K e^{-rT} N(\phi d_2)$$

$$B = \phi S e^{-qT} N(\phi x_2) - \phi K e^{-rT} N(\phi x_3)$$

$$C = \phi S^{1-2\lambda} H^{2\lambda} e^{-qT} N(\eta y_1) - \phi K e^{-rT} H^{2\lambda-2} S^{2-2\lambda} N(\eta y_2)$$

$$D = \phi S^{1-2\lambda} H^{2\lambda} e^{-qT} N(\eta Z_1) - S^{2-2\lambda} H^{2\lambda-2} \phi K e^{-rT} N(\eta Z_2)$$

其中

$$\lambda = \frac{r - q + \frac{\sigma^2}{2}}{\sigma^2}$$

<sup>1</sup> 在此暫不考慮預定現金回扣，故少E、F兩項模組。

$$d_1 = \frac{\ln(S/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}};$$

$$d_2 = \frac{\ln(S/K) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}};$$

$$x_2 = \frac{\ln(S/H) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$x_3 = \frac{\ln(S/H) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right) + (r - q + \frac{\sigma^2}{2}) \times T}{\sigma\sqrt{T}};$$

$$y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H^2}{SK}\right) + (r - q - \frac{\sigma^2}{2}) \times T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Z_1 = \frac{\ln(H/S) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$Z_2 = \frac{\ln(H/S) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

#### 下降入局買權 $C_{di}$ (Down-and-in call)

當執行價格(K)>界限價格(H)， $C_{di} = C$

$$\eta = 1; \phi = 1$$

當執行價格(K)<界限價格(H)， $C_{di} = A - B + D$

$$\eta = 1; \phi = 1$$

#### 上升入局買權 $C_{ui}$ (Up-and-in call)

當執行價格(K)>界限價格(H)， $C_{ui} = A$

$$\eta = -1; \phi = 1$$

當執行價格(K)<界限價格(H)， $C_{ui} = B - C + D$

$$\eta = -1; \phi = 1$$

#### 下降入局賣權 $P_{di}$ (Down-and-in put)

當執行價格(K)>界限價格(H)， $P_{di} = B - C + D$

$$\eta = 1; \phi = -1$$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $P_{di}=A$   
 $\eta = 1 ; \phi = -1$

上升入局賣權  $P_{ui}$  (Up-and-in put)

當執行價格(K)>界限價格(H) ,  $P_{ui}=A-B+D$   
 $\eta = -1 ; \phi = -1$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $P_{ui}=C$   
 $\eta = -1 ; \phi = -1$

下降出局買權  $C_{do}$  (Down-and-out call)

當執行價格(K)>界限價格(H) ,  $C_{do}=A-C$   
 $\eta = 1 ; \phi = 1$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $C_{do}=B-D$   
 $\eta = 1 ; \phi = 1$

上升出局買權  $C_{uo}$  (Up-and-out call)

當執行價格(K)>界限價格(H) ,  $C_{uo}=0$   
 $\eta = -1 ; \phi = 1$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $C_{uo}=A-B+C+D$   
 $\eta = -1 ; \phi = 1$

下降出局賣權  $P_{do}$  (Down-and-out put)

當執行價格(K)>界限價格(H) ,  $P_{do}=A-B+C+D$   
 $\eta = 1 ; \phi = -1$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $P_{do}=0$   
 $\eta = 1 ; \phi = -1$

上升出局賣權  $P_{uo}$  (Up-and-out put)

當執行價格(K)>界限價格(H) ,  $P_{uo}=B-D$   
 $\eta = -1 ; \phi = -1$

當執行價格(K)<界限價格(H) ,  $P_{uo}=A-C$   
 $\eta = -1 ; \phi = -1$

至於風險值估計，由上文的標準型選擇權方法可知，將各模組按照標的價格變動敏感度( $\Delta$ )、Delta變動敏感度( $\Gamma$ )、利率和持有成本變動敏感度( $\rho_1$ 、 $\rho_2$ )，及到期期限變動敏感度( $\Theta$ )，以Delta-Gamma-Delta模式來計算即可。因A模組的敏感度分析同標準型選擇權，則不再加以贅述；而B、C、D模組的敏感度，本文推估結果如下：

【B模組各敏感度分析】

$$\Delta_B = \phi e^{-qT} \left[ N(\phi x_2) + \frac{\phi n'(\phi x_2)}{\sigma \sqrt{T}} - \frac{\phi K n'(\phi x_2)}{H \sigma \sqrt{T}} \right]$$

$$\Gamma_B = \frac{\phi e^{-qT} n'(\phi x_2)}{S \sigma \sqrt{T}} \left[ 1 - \phi x_2 \frac{1}{\sigma \sqrt{T}} + \frac{\phi K}{H} \frac{1}{\sigma \sqrt{T}} x_2 \right]$$

$$\rho_{1B} = \phi S e^{-qT} n'(\phi x_2) \frac{\phi \sqrt{T}}{\sigma} \left( 1 - \frac{K}{H} \right) + T \phi K e^{-rT} N(\phi x_3)$$

$$\rho_{2B} = -\phi T S e^{-qT} N(\phi x_2) - \phi S e^{-qT} n'(\phi x_2) \frac{\phi \sqrt{T}}{\sigma} \left[ 1 - \frac{K}{H} \right]$$

$$\Theta_B = \phi S e^{-qT} \left[ \begin{array}{l} -qN(\phi x_2) + n'(\phi x_2) \phi \left( \frac{-\ln(\frac{S}{H})}{2\sigma T \sqrt{T}} + \frac{r-q+\sigma^2/2}{2\sigma \sqrt{T}} \right) \\ -\frac{K n'(\phi x_2)}{H} \phi \left( \frac{-\ln(\frac{S}{H})}{2\sigma T \sqrt{T}} + \frac{r-q-\sigma^2/2}{2\sigma \sqrt{T}} \right) \end{array} \right] + r \phi K e^{-rT} N(\phi x_3)$$

【C模組各敏感度分析】

$$\Delta_C = \left(\frac{H}{S_0}\right)^{2\lambda} \times \left[ \phi(1-2\lambda) \times e^{-qT} \times N(\eta y_1) - (2-2\lambda) \times S_0 \times H^{-2} \times \phi K e^{-rT} N(\eta y_2) \right]$$

$$\Gamma_C = \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} \left\{ (1-2\lambda) \times \left[ (-2\lambda) e^{-qT} N(\eta y_1) \phi S^{-1} - (2-2\lambda) H^{-2} \phi K e^{-rT} N(\eta y_2) \right] + e^{-qT} \left( \phi \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \times y_1^2} \times \frac{1\eta}{S\sigma\sqrt{T}} \right) \right\}$$

$$\rho_{1C} = \phi S \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} e^{-qT} \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta y_1) + \phi K e^{-rT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} \left[ TN(\eta y_2) - \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta y_2) \right]$$

$$\rho_{2C} = \phi S \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} e^{-qT} N(\eta y_1) \left[ -T - \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} \right] + \phi K e^{-rT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta y_2)$$

$$\Theta_C = \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} e^{-qT} \phi \times \left[ S \times \frac{\eta\sigma}{2\sqrt{T}} n'(\eta y_1) - SqN(\eta y_1) \right] + \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} \times [r\phi K e^{-rT} N(\eta y_2)]$$

【D模組各敏感度分析】

$$\Delta_D = \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} e^{-qT} \phi \left[ (1-2\lambda) N(\eta Z_1) - n'(\eta Z_1) \frac{1\eta}{\sigma\sqrt{T}} + \frac{1}{H} n'(\eta Z_1) \frac{1\eta}{\sigma\sqrt{T}} K \right]$$

$$- \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-1} \phi \left[ \frac{(2-2\lambda)}{H} K e^{-rT} N(\eta Z_2) \right]$$

$$\Gamma_D = 2(1-\lambda) \left( \Delta_D - \frac{D}{S} \right) / S + 2\phi\lambda \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} S^{-1} e^{-qT} N(\eta Z_1) - \phi\eta \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} e^{-rT} N'(\eta Z_2) / (H^2 \sigma\sqrt{T}) \left[ (H-K)(1-2\lambda + \frac{Z_2}{\sigma\sqrt{T}}) - H \right]$$

$$\rho_{1D} = \phi S e^{-qT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} \left[ \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta Z_1) + n'(\eta Z_1) \frac{\eta T}{\sigma\sqrt{T}} \right]$$

$$- \phi K e^{-rT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} \left[ -TN(\eta Z_2) + \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} + n'(\eta Z_1) \frac{H e^{(r-q)T}}{S} \frac{\eta T}{\sigma\sqrt{T}} \right]$$

$$\rho_{2D} = \phi S e^{-qT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda} \left[ -TN(\eta Z_1) - \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta Z_1) - n'(\eta Z_1) \frac{\eta T}{\sigma\sqrt{T}} \right]$$

$$+ \phi K e^{-rT} \left(\frac{H}{S}\right)^{2\lambda-2} \left[ \text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right) \frac{2}{\sigma^2} N(\eta Z_2) + n'(\eta Z_1) \frac{H e^{(r-q)T}}{S} \frac{\eta T}{\sigma\sqrt{T}} \right]$$

$$\Theta_D = S^{1-2\lambda} H^{2\lambda} e^{-qT} \phi \left[ -qN(\eta Z_1) + \eta n'(\eta Z_1) \left( \frac{-\text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right)}{2\sigma T\sqrt{T}} + \frac{r-q+\sigma^2/2}{2\sigma\sqrt{T}} \right) \right]$$

$$+ \phi K e^{-rT} S^{2-2\lambda} H^{2\lambda-2} \left[ rN(\eta Z_2) - \eta n'(\eta Z_2) \left( \frac{-\text{Ln}\left(\frac{H}{S}\right)}{2\sigma T\sqrt{T}} + \frac{r-q-\sigma^2/2}{2\sigma\sqrt{T}} \right) \right]$$

依契約種類組合各敏感度分析，例如上升出局賣權(K>H)，Delta為 $\Delta_B - \Delta_D$ ；Gamma為 $\Gamma_B - \Gamma_D$ ；Rho分別為 $\rho_{1B} - \rho_{1D}$ 和 $\rho_{2B} - \rho_{2D}$ ；Theta為 $\Theta_B - \Theta_D$ 。以Delta-Gamma-Delta模式來估計風險值，同上文首先算出一階與二階動差，然後計算變異數，開根號得到標準差 $\sigma$ ，計算出相對風險值 $Z_\alpha \times \sigma$ ，再將相對風險值減去該選擇權期望值，即為界限型選擇權絕對風險值。

#### 四、界限型外匯選擇權實例計算

本文採用一實際交易的上升出局外匯賣權(EUR Put / JPY Call)為例，該契約說明如下：訂約日為2009/9/24；結算日2009/12/23；交割日2009/12/28；訂約金額為1,000,000歐元；界限價格140 (JPY/EUR)；履約價格140 (JPY/EUR)，以此分別計算選擇權價格和風險值。

##### (一)上升出局外匯賣權評價：

設定計算日為2009/11/2，當日即期匯率132.9081(JPY/EUR)、48.1701(TWD/EUR)，日圓年利率0.2817%，歐元年利率0.5311%，歷史年波動度為10.5230%，到期期限0.1397年。

因為此契約履約價格和界限價格相同，所以 $P_{uo}$ 評價不論是B-D或A-C組合皆相同，上升出局的外匯賣權評價結果如表一所示。

表一：上升出局外匯賣權(EUR Put / JPY Call)評價表

單位：日圓，元

A 模組	B 模組	C 模組	D 模組	$P_{uo}$ 評價 (A-C; B-D)
7.3641	7.3641	0.2321	0.2321	7.1320 JPY

資料來源：台灣經濟新報，本研究整理。

最後將評價出的選擇權價格7.1320(JPY)，依當日即期匯率132.9081(JPY/EUR)轉換為歐元後，乘上訂約金額1,000,000歐元，則評估價格為53,661.14歐元，若以新台幣表示則為2,584,862元。

##### (二)上升出局外匯賣權風險值：

計算日為2009/11/2，估計樣本起日2009/9/2，樣本迄日2009/11/2，以Delta-Gamma-Delta法計算，則先求出各模組的敏感度分析，再將其組合成上升出局賣權，計算結果整理成表二。

表二：上升出局外匯賣權(EUR Put / JPY Call)敏感度分析

	A 模組	B 模組	C 模組	D 模組	$P_{uo}$
Delta	-0.9044	-0.9044	0.0965	0.0965	-1.0008
Gamma	0.0323	0.0323	0.0329	0.0329	-0.0006
Theta	-3.4378	-3.4378	-3.1893	-3.1893	-0.2485
Rho(JPY)	-17.8236	-17.8236	0.4020	0.4020	-18.2256
Rho(EUR)	16.7947	16.7947	-0.4345	-0.4345	17.2291

資料來源：台灣經濟新報，本研究整理。



上例上升出局外匯選擇權風險因子拆解，可拆出有歐元外匯風險因子、日圓外匯風險因子、歐元利率風險因子<sup>2</sup>，及日圓利率風險因子，將其分別計算，表三為各風險因子所對應

的現金流量表，表四則為利用簡單移動平均法，估算風險因子的變異數共變異數矩陣。

<sup>2</sup> 依Cash flow mapping拆解利率，該選擇權到期期限，拆解配適在30天期利率和90天期利率。

表三：各風險因子現金流量表

單位：新台幣，元

歐元	日圓	歐元 30 天期利率	歐元 90 天期利率	日圓 30 天期利率	日圓 90 天期利率
-48,206,264.30	2,584,651.51	3,605,421.45	2,638,408.39	-3,383,121.27	-3,221,851.65

資料來源：台灣經濟新報，本研究整理。

表四：各風險因子變異數共變異數表

	歐元	日圓	歐元 30 天期利率	歐元 90 天期利率	日圓 30 天期利率	日圓 90 天期利率
歐元	4.472E-05	3.392E-05	-3.0614E-08	-3.4204E-07	5.69671E-10	-1.06304E-08
日圓	3.392E-05	4.147E-05	8.78256E-09	-3.11957E-07	4.92777E-09	6.64232E-08
歐元 30 天期利率	-3.06E-08	8.783E-09	2.90188E-09	1.37933E-09	2.89511E-10	1.46499E-09
歐元 90 天期利率	-3.42E-07	-3.12E-07	1.37933E-09	1.76061E-07	3.36316E-09	4.21231E-09
日圓 30 天期利率	5.697E-10	4.928E-09	2.89511E-10	3.36316E-09	3.33626E-10	3.95467E-10
日圓 90 天期利率	-1.06E-08	6.642E-08	1.46499E-09	4.21231E-09	3.95467E-10	1.83425E-09

資料來源：台灣經濟新報，本研究整理。

將表三現金流量與表四變異數共變異數矩陣相乘開根號後，再乘上99%信賴水準的 $Z_\alpha$  (約2.33)，和估計持有期間1期( $\sqrt{1}$ )，即為

Delta-Normal法的市場風險值，而我們此例使用Delta-Gamma-Delta法計算VaR，須再考慮二次項，其公式計算如下：

$$VaR = \sqrt{U_0^2 \times \left\{ \left[ \Delta_W W_0 \rho_V \rho_U c' \right] \Sigma \left[ \Delta_W W_0 \rho_V \rho_U c' \right]^T + \frac{1}{2} \times (\Gamma_W \times W_0^2 \times \sigma_W^2)^2 \right\}} \times Z_\alpha \times \sqrt{t}$$

$$= 720,193.64$$

，扣除期望值

$$E(dc) = U_0 \times \left[ \Theta' \times dt + \frac{1}{2} \times \Gamma_W \times W_0^2 \times \sigma_W^2 \right] = -447.49$$

，最後可得該上升出局外匯賣權契約，絕對市場風險值為新台幣720,641.13元，若除以估算出的選擇權價格2,584,862元，則單位化絕對市場風險值為27.88%。

## 五、結論

新奇選擇權最早出現在櫃檯買賣，主要以滿足客戶或發行者不同的需求而設計，所以交易的種類很多，而目前最大宗的還是界限型選擇權，台灣的上(下)限型認購(售)權證即屬於此類。

同時本文利用TEJ市場風險值評估系統3.0，計算相同契約條件，但為標準型外匯選擇權的風險值，也將幣別轉換新台幣為647,194.6元，其風險值比相同契約條件的界限型選擇權小，究其原因發現標準型外匯賣權的Delta為-0.9044，小於界限型選擇權-1.0008，此結果與蕭百傑的碩士論文「新奇選擇權靜態避險」結果相符，即出局型價內選擇權，除考量該價格變動外，尚須考慮出局的機率，尤其當標的價格接近界限價且快到期時，其Delta值變動最大，而Delta一般又為避險比率，當變動大時增加了避險困難，估計風險時也就較高。

新奇選擇權的種類越來越多，評價與風險的估計也越來越難，有些甚至無一封閉解，只能使用數值分析或模擬法估計出來，本文則利用實例外匯界限型選擇權，依Merton與Reiner and Rubinstein評價法，使用敏感度分析，Delta-Gamma-Delta估計法，求出價格和風險

值，以提供此類選擇權的發行者或投資者作為管理之參考。

### 參考文獻

1. Espen Gaarder Haug著、黃嘉斌譯，「選擇權訂價公式手冊」，寰宇財金，民國88年11月初版。
2. 陳威光，「選擇權理論、實務與應用」，智勝文化事業，民國91年3月初版二刷。
3. 謝劍平，「期貨與選擇權財務工程的入門捷徑」，智勝文化，民國89年7月初版。
4. 蕭百傑，「新奇選擇權靜態避險」，中山大學財務管理研究所碩士論文，民國89年6月。
5. Hull, J. C., 2003, Options, Futures and Other Derivatives, Prentice-Hall, 5th Edition.
6. Jorion, P., 2001, "Value at Risk : The New Benchmark for Managing Financial Risk," The McGraw-Hill Companies, 2nd Edition.