

# 非線性資產市場風險值模型之驗證及比較分析 ——以台灣加權指數選擇權為例

林朝陽\*

## 壹、前言

因為VaR的簡單概念及多元性，量化了以往人們所無法預測的風險暴露，而成爲近年來國內外風險管理的新標竿。此外台灣金融市場日趨進步，衍生性金融商品不斷推成出新，如期貨、選擇權等等這些高槓桿商品，若不善加做好風險管理將會造成無法彌補的損失，因此如何尋求適合台灣衍生性金融商品（以指數選擇權為例）的VaR模型將成爲本文主要的研究目標。

在此利用Delta-Gamma-Delta法、歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法的估算VaR方法，與回顧測試百分比、二項分配檢定、概似比率檢定(log-likelihood ratio test)、平均相對偏差(Mean Relative Bias；MRB)這些模型評估指標，來探討適合台指選擇權非線性資產的風險值模型。

至於選擇權風險因子的考量，除了標的資產價格的變動外，也將隱含波動度當作另一個風險因子，因此會加入Vega項來衡量隱含波動度的變化。除此之外，選擇權的價值亦會受到時間影響，所以估計方法也考慮了Theta參數，才不會忽略時間改變對於選擇權價值所產生的變化。當然最基本的Delta及Gamma項也必須要同時考慮，因為選擇權的報酬分配並不對稱，當買方時Gamma值爲正，是一個右偏分配；當賣方時則Gamma值爲負，是左偏分配。

## 貳、選擇權風險因子特性

Greeks的敏感度分析對於選擇權代表了各種風險因素的衡量，其在價平、價外或價內時皆有不同的變化，所以在作風險值估計時亦不可忽略，簡單說明如下：

### 1. Delta

Delta( $\Delta$ )表示當標的資產價格變動一單位選擇權價格即跟著變動 $\Delta$ 單位。其爲選擇權價格與標的資產價格之間的切線斜率。價內選擇權會隨著到期日逼近Delta趨近於1；價外會趨近於0；價平基本上變化較小。c爲選擇權價值，S爲標的資產價值，則

$$\Delta = \frac{\partial c}{\partial S}$$

\* 作者為台灣經濟新報社風險管理研究員

若是考慮股利發放的歐式買權

$$\Delta = e^{-qT} N(d_1), \text{ 其中 } q \text{ 為股利率}$$

考慮股利發放的歐式賣權

$$\Delta = e^{-qT} [N(d_1) - 1]$$

## 2. Gamma

Gamma( $\Gamma$ ), 表示標的資產價格 $S$ 變動時, 選擇權的Delta值跟著變動的影響程度。當選擇權靠近價平時Gamma較大; 而深度價外及深度價內時則比較小, 且買權、賣權的大小及符號皆相同。

$$\Gamma = \frac{\partial^2 c}{\partial S^2}$$

若考慮股利發放的選擇權

$$\Gamma = \frac{N'(d_1)e^{-qT}}{S_0\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q + \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln(S_0/K) + (r - q - \sigma^2/2)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$N'(d_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-d_1^2/2}$$

## 3. Theta

Theta( $\theta$ )表示當其他條件維持不變時, 到期時間的逼近對於選擇權價值的變化。價平的時候最大; 價外時接近於0, 而深度價內時則會慢慢減少。

$$\theta = \frac{\partial c}{\partial t}$$

若是考慮股利發放的歐式買權

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} + qS_0 N(d_1) e^{-qT} - rKe^{-rT} N(d_2)$$

若是考慮股利發放的歐式賣權

$$\theta = -\frac{S_0 N'(d_1) \sigma e^{-qT}}{2\sqrt{T}} - qS_0 N(-d_1) e^{-qT} + rKe^{-rT} N(-d_2)$$

#### 4. Vega

Vega( $\nu$ )表示標的資產的價格波動度影響選擇權的價值，當價內或接近價平時Vega值達到最大。

$$\nu = \frac{\partial c}{\partial \sigma}$$

考慮股利發放的歐式買權與賣權

$$\nu = S_0 \sqrt{T} N'(d_1) e^{-qT}$$

#### 5. Rho

Rho( $\rho$ )表示無風險利率變動相對於選擇權價值變化的影響，其中價內的Rho較大，而價外的Rho較小，且隨著到期日接近不論價平、價外或價內都會下降。

$$\rho = \frac{\partial c}{\partial r}$$

歐式買權

$$\rho = tKe^{-rt} N(d_2)$$

歐式賣權

$$\rho = tKe^{-rt} [N(d_2) - 1]$$

### 參、研究對象與資料選取

本文以非線性資產台指選擇權(價平、價外、價內)為實證研究對象，且配合選擇權的組合部位分別為下勒式策略(long strangle)、下跨式策略(long straddle)、上勒式策略(short strangle)及上跨式策略(short straddle)，以求算投資組合的風險值。

考量選擇權之流通性及價格真實性，則以2006/3/1為計算日(當日台灣加權指數收盤為6613.39)，從台灣經濟新報社資料庫中整理六檔台指指數選擇權當作研究對象，持有部位為各取1口；並運用台灣經濟新報社市場風險值評估系統2.0版作為風險值的計算工具，分別計算與驗證在95%與99%信賴水準下的選擇權風險值。其資料整理如下：

表一、台指指數選擇權資料表

	買(賣)權	TEJ選擇權編碼	履約價格	存續期間
價平	買權	TXO200603C6600	6600	2005/6/16-2006/3/15
	賣權	TXO200603P6600	6600	2005/6/16-2006/3/15
價內	買權	TXO200603C6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
	賣權	TXO200603P6700	6700	2005/12/22-2006/3/15
價外	買權	TXO200603C6800	6800	2005/6/16-2006/3/15
	賣權	TXO200603P6400	6400	2005/6/16-2006/3/15

資料來源:台灣經濟新報社資料庫

表二、台指指數選擇權組合部位資料表

	買(賣)權	TEJ選擇權編碼	履約價格	存續期間
下勒式	買買權	TXO200603C6800	6800	2005/6/16-2006/3/15
	買賣權	TXO200603P6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
下跨式	買買權	TXO200603C6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
	買賣權	TXO200603P6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
上勒式	賣買權	TXO200603C6800	6800	2005/6/16-2006/3/15
	賣賣權	TXO200603P6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
上跨式	賣買權	TXO200603C6400	6400	2005/6/16-2006/3/15
	賣賣權	TXO200603P6400	6400	2005/6/16-2006/3/15

資料來源:台灣經濟新報社資料庫

研究期間以2006/3/1為計算日，除TXO200603P6700此契約往前回顧至上市日2005/12/22外（共37個交易日），其餘皆回顧測試至上市日2005/6/16，共169個交易日，而其波動度之樣本期間則採用逐日移動窗口方式之過去歷史報酬率資料。

## 肆、研究方法

### 一、風險值運算模型

風險值運算模型分為兩大類：一類為區域評價法(Local Valuation)，以變異數共變異數法為代表；另一類為全域評價法(Full Valuation)，以歷史模擬法和蒙地卡羅模擬法為代表。

#### 變異數-共變異數法(Variance-Covariance Approach)

為了使非線性資產之風險值估計更加精確，本系統變異數-共變異數法採用Jorion(2000)所提

出delta-gamma-delta（波動度估計在此採用簡單移動平均法、指數移動平均法： $\lambda = 0.93$ ），除此之外亦同時考慮Vega和Theta敏感度，其計算說明如下：

首先將買權價格(c)作全微分，得到

$$dc = \theta dt + \Delta S \frac{dS}{S} + \frac{1}{2} \Gamma S^2 \left(\frac{dS}{S}\right)^2 + \rho dr + v \sigma_I \frac{d\sigma_I}{\sigma_I}, \text{ 其中 } \sigma_I \text{ 在此為隱含波動度} \quad (1)$$

然後計算dc的平均值與變異數。由於 $\theta dt$ 為常數只影響平均值，所以為了計算方便起見，我們先計算 $(dc - \theta dt)$ 的一次動差與二次動差，並假設 $\frac{dS}{S}$ 、 $dr$ 、 $\frac{d\sigma_I}{\sigma_I}$ 均為平均值為0的常態分配，所以，

$$E(dc - \theta dt) = \frac{1}{2} \Gamma S^2 \sigma_s^2 \quad (2)$$

$$E(dc - \theta dt)^2 = [\Delta S \quad \rho \quad \sigma_I] \Sigma [\Delta S \quad \rho \quad \sigma_I]^T + 3\sigma_s^4 \left(\frac{1}{2} \Gamma S^2\right)^2 \quad (3)$$

其中

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \sigma_{s,r} & \sigma_{s,\sigma_I} \\ \sigma_{r,s} & \sigma_r^2 & \sigma_{r,\sigma_I} \\ \sigma_{\sigma_I,s} & \sigma_{\sigma_I,r} & \sigma_{\sigma_I}^2 \end{bmatrix}$$

使用歷史資料估計出所有參數後，可經由(2)、(3)式求出選擇權 $\sigma^2$ 為：

$$\sigma^2(dc) = \sigma^2(dc - \theta dt) = E(dc - \theta dt)^2 - [E(dc - \theta dt)]^2$$

得到 $\sigma^2(dc)$ 後，就可以算出相對風險值為 $Z_\alpha \times \sigma(dc) \times \sqrt{dt}$ ；若要求算絕對風險值，則須先算出 $E(dc) = E(dc - \theta dt) + \theta dt$ ，然後將相對風險值減去 $E(dc)$ 後即為絕對風險值。

### 歷史模擬法(Historical Simulation)

歷史模擬法利用所持有的資產組合過去一段期間的歷史價格時間序列，搭配目前持有資產的部位，重新建構資產組合未來報酬值的分配之後，再經過由小到大順序排序後，依累積分位數求算特定信賴水準下之風險值。在歷史資料不斷重複的假設下，使用歷史模擬法可以反映該資產在報酬率的真實分配型態。

### 蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo Approach)

蒙地卡羅模擬法是假設資產價格的變動服從某隨機過程的型態，利用電腦快速運算能力，在一定時間範圍內，隨機模擬多條風險因子可能的變化路徑，並依此建構資產報酬之分配，進而推估風險。在模擬路徑方面，因為指數選擇權暴露在標的權益因子與利率因子，所以指數的

權益因子是使用幾何布朗運動來模擬，而利率因子則是使用單因子Vasicek模型作為模擬路徑，其分別說明如下：

### 1、幾何布朗運動模型(Geometric Brownian Motion Model ; GBM)

其為選擇權定價理論的基礎，屬於韋那過程(wiener process)，特性在假設資產價格變動量與時間無關(與過去變動量無關，亦即無法預測未來)，其模型如(4)式：

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dW_t \quad (4)$$

上式代表資產價格於短時間內( $dt$ )變動行徑。

$dS_t$ ：表 t 期資產價格變動量

$S_t$ ：表 t 期資產價格

$\mu_t$ ：表 t 期資產報酬率之平均數(本研究假設為 0)

$\sigma_t$ ：表 t 期資產報酬率之變異數(波動性)

$dW_t$ ：表常態分配隨機變數，變異數為  $dt$  (稱為布朗運動)，平均數為 0

### 2、單因子 Vasicek 模型

Vasicek最先運用均數復歸(mean-reversion)的概念在利率模型中，其模型如(5)所示：

$$dr = \alpha(\mu - r)dt + \sigma dw \quad (5)$$

$\alpha$ ：表均數復歸調整速度

$\mu$ ：表瞬間利率的平均值

$\sigma$ ：表瞬間利率的標準差。

該模型採用Ornstein-Uhlenbeck 過程，亦稱為彈性的隨機漫步(elastic random walk)。一般的隨機漫步或韋那過程為非定態的過程(unstable process)，經過一段長時間以後將會發散至無限大的值；而O-U過程為一定態分配(stable distribution)，其瞬間趨勢項 $\alpha(\mu - r)$ 表示瞬間利率將以 $\alpha$ 的調整速度趨向長期平均值，此一性質使得短期利率動態過程為均數復歸。假定目前的瞬間利率 $r(t)$ ，則未來某一時點 $s$ 其瞬間利率的條件期望值與變異數為

$$\begin{cases} E_t[r(s)] = r(t)e^{-\alpha(s-t)} + \mu(1 - e^{-\alpha(s-t)}) \\ \text{var}_t[r(s)] = \frac{\sigma^2(1 - e^{-2\alpha(s-t)})}{2\alpha} \end{cases}$$

則離散自我迴歸式AR(1)如(6)式

$$r(s) = r(t)e^{-\alpha(s-t)} + \mu(1 - e^{-\alpha(s-t)}) + \varepsilon(s) \quad (6)$$

將(7)式簡化成下列的迴歸式：

$$r_t = a + br_{t-\Delta t} + e_t \quad (7)$$

利用市場短期利率資料帶入(7)式之迴歸方程式，則可解出a、b值，並進一步解出參數 $\alpha$ 、 $\mu$ ，其公式如下：

$$\begin{cases} a = \mu(1-b) \\ b = e^{-\alpha\Delta t} \end{cases}$$

則時點t，到期日為T之零息債券價格為

$$P(t, T) = e^{-E_t(R) + \frac{V_t(R)}{2}}, \text{ 其中}$$

$$E(R) = r(t) \left( \frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} \right) + \left( \mu - \frac{q\sigma}{\alpha} \right) \left[ T - t - \left( \frac{1 - e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} \right) \right]$$

$$V(R) = \frac{\sigma^2}{\alpha^2} \left[ T - t - \frac{e^{-2\alpha(T-t)}}{2\alpha} + 2 \frac{e^{-\alpha(T-t)}}{\alpha} - \frac{3}{2\alpha} \right]$$

算出債券價格P，可以進一步反推出連續複利R，公式如(8)式：

$$P = e^{-Rt} \quad (8)$$

將得到之參數代入(5)式，並以此模型作為利率之模擬路徑。

## 二、風險值模型評估指標

為了使VaR模型測度有較完整的定義，除了回顧測試百分比外在此將評估功能分為二種，第一種為準確性檢定；第二種為保守性檢定。

### 回顧測試百分比(%)：

為目前Basel所建議作為模型測試的方法，即用過去一年的歷史資料（250日）計算每日部位的損失值，然後再與所估出的風險值作比較，視其真實損失超過風險值的次數是否在合理範圍。此指標測試目的在於所求算出的風險值對於歷史資料的捕捉情形是否具有效率。

### 準確性檢定：

通常在1%信賴水準下，100個交易日的回顧測試中不太可能剛好得到1次的失敗次數，因此必須利用不同的檢定方法來驗證模型的正確性，本研究使用的方法有二種：二項分配檢定、概似比率檢定。

## 1. 二項分配檢定

失敗次數發生與否屬於二項分配，故在樣本數為  $n$ ，理論失敗率為  $p_0$ ，失敗次數為  $x$  的二項機率  $\binom{n}{x}(1-p_0)^{n-x}p_0^x$  下，建立虛無假設為  $H_0: p = p_0$ ，即實際失敗率等於理論失敗率，而統計量如(9)所示：

$$Z = \frac{x - np_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)n}} \quad (9)$$

由於Basel規範要求金融機構須依據估算的風險值來計提風險資本準備，其較注重金融機構是否有低估風險的現象，而不在意風險值高估，故滿足Basel的規範下應使用單尾檢定。在1%的信賴水準下，其單尾Z統計量的拒絕值為2.33；在5%的信賴水準下，其單尾Z統計量的拒絕值為1.645。

## 2. 概似比率檢定

概似比率檢定是基於二項分配所求出的一個概似比率統計量LR，檢定實際失敗比率是否符合事前設定的理論失敗比率，其虛無假設為  $H_0: p = p_0$ ，概似比率檢定統計量LR服從自由度為1的卡方分配。

$$LR = -2 \ln[(1-p_0)^{n-x} p_0^x] + 2 \ln \left[ \left[1 - \left(\frac{x}{n}\right)\right]^{n-x} \left(\frac{x}{n}\right)^x \right] \quad (10)$$

在信賴水準為1%下，其拒絕值為6.6349；在信賴水準為5%下，大於3.84146會被拒絕。當統計量不拒絕虛無假設，代表模型的正確性高。

### 保守性檢定：

平均相對偏差(Mean Relative Bias, MRB)主要為衡量風險值估計模型間的相對偏差程度，亦即衡量模型估計的風險值相較於所有模型，是否能產生較高的風險估計值，使其在預測損失風險上較不會產生失敗事件的能力，其公式如(11)所示：

$$MRB_i = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \frac{VaR_{it} - \overline{VaR}_i}{\overline{VaR}_i} \quad , \quad \overline{VaR}_i = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N VaR_{it} \quad (11)$$

$MRB_i$  係指第  $i$  個風險值估計模型的平均相對偏差， $T$  為樣本估計期的觀察值個數， $N$  為所欲評估的模型個數。若所求得的  $MRB$  數值愈大者，表示該模型保守性相對較高。



## 伍、實證結果

爲了考量選擇權價平、價外或價內時的不同變化，及投資組合買賣方的風險因素，本文實證將按各分類以不同方法來作驗證及比較。

回顧測試百分比越接近  $\alpha$  代表該模型對於歷史變動的捕捉效率越高，實際失敗次數越接近理論失敗次數，由表三得知在  $\alpha=1\%$  下，價平買權變異數共變異數法的SMA、歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法較接近理論失敗次數；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的EWMA、歷史模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，各風險值估計方法在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，即不拒絕其實際失敗率等於理論失敗率之假設，代表上述所有方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，變異數共變異數法的EWMA皆相對於其他方法較具保守性，但因變異數共變異數法的EWMA已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表三、價平買權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0040
EWMA(lamda=0.93)	169	3	1.7751	1.0128	0.8336	0.0266
Historical	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	-0.0216
Monte Carlo	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	-0.0090
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	6	3.5503	-0.8647	0.8283	-0.0077
EWMA(lamda=0.93)	169	8	4.7337	-0.1588	0.0257	0.0181
Historical	169	8	4.7337	-0.1588	0.0257	-0.0062
Monte Carlo	169	6	3.5503	-0.8647	0.8283	-0.0042

Z 檢定、LR 檢定：\*爲在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*爲在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表四得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，價平賣權變異數共變異數法的SMA、EWMA較佳都非常地接近理論失敗次數；在  $\alpha=5\%$  下，則是歷史模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，除了5%下的蒙地卡羅模擬法外各風險值估計方法，在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，歷史模擬法皆相對於其他方法較具保守性，但因歷史模擬法已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表四、價平賣權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.0126
EWMA(lambda=0.93)	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	0.0228
Historical	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0630
Monte Carlo	169	4	2.3669	1.7859	2.3046	-0.0732
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	12	7.1006	1.2530	1.3968	-0.0449
EWMA(lambda=0.93)	169	12	7.1006	1.2530	1.3968	-0.0093
Historical	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	0.1587
Monte Carlo	169	17	10.0592	3.0177*	7.1312*	-0.1045

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表五得知回顧測試百分比在  $\alpha = 1\%$  下，價內買權相較其他方法變異數共變異數法的 EWMA 非常接近理論失敗次數；在  $\alpha = 5\%$  下，亦是變異數共變異數法的 EWMA 較佳。從準確性檢定(Z 檢定、LR 檢定)可得知，各風險值估計方法，在 1% 及 5% 的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB 檢定)部分，在  $\alpha = 1\%$ 、 $\alpha = 5\%$  時，變異數共變異數法的 SMA 皆相對於其他方法較具保守性，但因變異數共變異數法的 SMA 已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表五、價內買權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0418
EWMA(lambda=0.93)	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.0252
Historical	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	-0.0136
Monte Carlo	169	3	1.7751	1.0128	0.8336	-0.0030
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	6	3.5503	-0.8647	0.8283	0.0407
EWMA(lambda=0.93)	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	-0.0227
Historical	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	-0.0279
Monte Carlo	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	0.0099

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表六得知回顧測試百分比價內賣權因回顧天數只有37天，所以在 $\alpha=1\%$ 下只要穿透1次即會超過理論失敗次數，使得此指標較不具代表意義；而在 $\alpha=5\%$ 下除了蒙地卡羅外其餘都非常地接近理論失敗次數。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，各風險值估計方法，在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在 $\alpha=1\%$ 時，變異數共變異數法的SMA皆相對於其他方法較具保守性；在 $\alpha=5\%$ 時歷史模擬法相較具有保守性，但因此二種方法在不同信賴水準下已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表六、價內賣權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	37	1	2.7027	1.0409	0.7394	0.0501
EWMA(lambda=0.93)	37	1	2.7027	1.0409	0.7394	0.0443
Historical	37	1	2.7027	1.0409	0.7394	0.0127
Monte Carlo	37	1	2.7027	1.0409	0.7394	-0.1070
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	37	2	5.4054	0.1131	0.0125	-0.0096
EWMA(lambda=0.93)	37	2	5.4054	0.1131	0.0125	-0.0147
Historical	37	2	5.4054	0.1131	0.0125	0.1623
Monte Carlo	37	3	8.1081	0.8675	0.6386	-0.1379

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表七得知回顧測試百分比在 $\alpha=1\%$ 下，價外買權相較其他方法蒙地卡羅模擬法非常地接近理論失敗次數；在 $\alpha=5\%$ 下，相較其他亦是蒙地卡羅模擬法最接近理論次數。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，變異數共變異數法的EWMA與歷史模擬法在1%信賴水準下皆拒絕虛無假設，代表此二種方法的估計不在合理範圍內，而其餘方法皆在合理之中各風險值估計方法，在5%的信賴水準下各方法皆不拒絕虛無假設。保守性檢定(MRB檢定)部分，在 $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$ 時，蒙地卡羅模擬法皆相對於其他方法較具保守性，但因蒙地卡羅模擬法已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表七、價外買權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	3	1.7751	1.0128	0.8336	-0.0133
EWMA(lambda=0.93)	169	6	3.5503	3.3321**	6.6964**	0.0097
Historical	169	7	4.1420	4.1052**	9.4469**	-0.0363
Monte Carlo	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	0.0399
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	11	6.5089	0.9000	0.7428	-0.0424
EWMA(lambda=0.93)	169	10	5.9172	0.5471	0.2834	-0.0188
Historical	169	11	6.5089	0.9000	0.7428	0.0204
Monte Carlo	169	8	4.7337	-0.1588	0.0257	0.0408

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表八得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，價外賣權相較其他方法變異數共變異數法的SMA非常地接近理論失敗次數；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的EWMA與歷史模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，各風險值估計方法，在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，歷史模擬法皆相對於其他方法較具保守性，但因歷史模擬法已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表八、價外賣權風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.0183
EWMA(lambda=0.93)	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0320
Historical	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0499
Monte Carlo	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	-0.0636
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	11	6.5089	0.9000	0.7428	-0.0181
EWMA(lambda=0.93)	169	10	5.9172	0.5471	0.2834	0.0347
Historical	169	10	5.9172	0.5471	0.2834	0.0394
Monte Carlo	169	11	6.5089	0.9000	0.7428	-0.0560

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

## 風險管理專題

由表九得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，上勒式選擇權投資組合除了歷史模擬法較接近理論失敗次數外其餘方法皆失敗次數過多，代表風險值低估；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的SMA、歷史模擬法與蒙地卡羅模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，在1%除了歷史模擬法外其他方法皆拒絕虛無假設，代表其他方法的估計不在合理範圍內；在5%下所有方法的檢定皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，歷史模擬法皆相對於其他方法較具保守性，但因歷史模擬法已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

**表九、上勒式選擇權投資組合風險值方法實證比較表**

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	7	4.1420	4.1052**	9.4469**	-0.0990
EWMA(lambda=0.93)	169	6	3.5503	3.3321**	6.6964**	-0.0639
Historical	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	0.1722
Monte Carlo	169	6	3.5503	3.3321**	6.6964**	-0.0093
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	-0.0899
EWMA(lambda=0.93)	169	13	7.6923	1.6059	2.2305	-0.0492
Historical	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	0.1196
Monte Carlo	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	0.0195

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

由表十得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，下勒式選擇權投資組合相較其他方法蒙地卡羅模擬法非常地接近理論失敗次數；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的SMA、歷史模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，各風險值估計方法，在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，變異數共變異數法的EWMA皆相對於其他方法較具保守性，但因變異數共變異數法的EWMA已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

由表十一得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，上跨式選擇權投資組合除了歷史模擬法較接近理論失敗次數外其餘方法皆失敗次數過多，代表風險值低估；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的SMA與蒙地卡羅模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，在1%除了歷史模擬法外其他方法皆拒絕虛無假設，代表其他方法的估計不在合理範圍內；在5%下所有方法的檢定皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，歷史模擬法皆相對於其

他方法較具保守性，但因歷史模擬法已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表十、下勒式選擇權投資組合風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0332
EWMA(lambda=0.93)	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	0.0720
Historical	169	1	0.5917	-0.5334	0.3334	-0.0035
Monte Carlo	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.1017
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	0.0458
EWMA(lambda=0.93)	169	6	3.5503	-0.8647	0.8283	0.0871
Historical	169	10	5.9172	0.5471	0.2834	-0.0262
Monte Carlo	169	11	6.5089	0.9000	0.7428	-0.1067

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設  
MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

表十一、上跨式選擇權投資組合風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	7	4.1420	4.1052**	9.4469**	-0.0990
EWMA(lambda=0.93)	169	6	3.5503	3.3321**	6.6964**	-0.0639
Historical	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	0.1722
Monte Carlo	169	6	3.5503	3.3321**	6.6964**	-0.0093
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	-0.0899
EWMA(lambda=0.93)	169	13	7.6923	1.6059	2.2305	-0.0492
Historical	169	7	4.1420	-0.5118	0.2775	0.1196
Monte Carlo	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	0.0195

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設  
MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性



由表十二得知回顧測試百分比在  $\alpha=1\%$  下，下跨式選擇權投資組合相較其他方法變異數共變異數法的SMA、EWMA都非常地接近理論失敗次數；在  $\alpha=5\%$  下，則是變異數共變異數法的SMA、歷史模擬法較佳。從準確性檢定(Z檢定、LR檢定)可得知，各風險值估計方法，在1%及5%的信賴水準下皆不拒絕虛無假設，代表方法的估計皆在合理範圍內。保守性檢定(MRB檢定)部分，在  $\alpha=1\%$ 、 $\alpha=5\%$  時，變異數共變異數法的EWMA皆相對於其他方法較具保守性，但因變異數共變異數法的EWMA已通過回顧測試及準確性檢定，表示不會因過度保守而使風險值的估計高估。

表十二、下跨式選擇權投資組合風險值方法實證比較表

信賴水準=0.99	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.0364
EWMA(lambda=0.93)	169	2	1.1834	0.2397	0.0542	-0.0006
Historical	169	3	1.7751	1.0128	0.8336	0.2205
Monte Carlo	169	5	2.9586	2.5590	4.2930	-0.1835
信賴水準=0.95	回顧天數	失敗次數	回顧測試(%)	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
Variance-Covariance-						
SMA	169	8	4.7337	-0.1588	0.0257	0.0413
EWMA(lambda=0.93)	169	6	3.5503	-0.8647	0.8283	0.0734
Historical	169	9	5.3254	0.1941	0.0369	0.0173
Monte Carlo	169	13	7.6923	1.6059	2.2305	-0.1321

Z 檢定、LR 檢定：\*為在 5%信賴水準下拒絕虛無假設 \*\*為在 1%信賴水準下拒絕虛無假設

MRB 檢定值愈大，相對愈具保守性

## 陸、結論

選擇權為非線性資產衍生性金融商品，其分配通常具有厚尾現象 (fat-tail) 及高峰態、偏態 (excess kurtosis & high skewness) 情形，用變異數共變異數法Delta-Normal的一階近似求算風險值過於簡單，在估計上會產生很大的偏誤。本文變異數共變異數法則使用delta-gamma-delta的二階泰勒展開並考慮敏感度分析、隱含波動度來計算風險值，與歷史模擬法、蒙地卡羅模擬法在不同的信賴水準下作比較，以期望能對於非線性部位之衍生性金融商品，求得較合適的風險值方法。

而選擇權分配本來就不是對稱的常態分配，且價平、價內或價外在各敏感度分析上亦皆有不同結果。本文按各分類以不同方法來作驗證及比較，將實證結果整理如表十三，研究發現在  $\alpha=1\%$  下使用變異數共變異數法 (SMA、EWMA) 和蒙地卡羅模擬法所產生的失敗次數，相較

於該資產真實分配的歷史模擬法失敗次數來的多，尤其是上勒式和上跨式（兩者皆為賣方部位）選擇權投資組合時，只有歷史模擬法接近理論失敗次數且通過LR檢定、Z檢定，究其原因可能因為其他方法假設常態分配算出風險值，但實際上賣方損益分配為左偏分配，非對稱的常態分配，所以在信心水準很高如99%下，風險值容易低估會有穿透次數過高的情形。而當買方時Gamma值為正，損益分配便呈現右偏分配，此時採用其他方法容易高估風險值，不過由於真實的風險因子分配通常為胖尾分配並非常態分配，假設常態會低估風險值，在兩者相互抵銷之下，Gamma值為正雖然高估風險值但不明顯；在Gamma值為負時，互相發揮相乘作用，就會有明顯低估的結果發生。而在 $\alpha=5\%$ 下使用變異數共變異數法（SMA、EWMA）、歷史模擬法或蒙地卡羅模擬法，因為信賴水準較高受尾端分配影響較小，大部分皆可通過檢定，因此可知估計選擇權風險值時，當信賴水準越小發生誤差就會越大，所以使用常態分配假設的變異數共變異數法，及常態假設下抽取亂數的蒙地卡羅模擬法，除了考慮敏感度分析、隱含波動度外，若能配合三階、四階考慮偏態、峰態的模型也許就會有較佳的修正，否則選擇權以歷史模擬法即可考慮非常態分配之偏態、峰態、非線性(Gamma、Vega)、厚尾等特殊型態，這次實證結果大部分亦是歷史模擬法較為保守，但使用此法須注意歷史資料量及歷史可能受到結構性改變的問題，且不易進行敏感度分析與數學解析運用。

### 參考資料

1. 李曉菁、林彥豪、林朝陽，「市場風險值模型之驗證及比較分析—以股票、外匯、債券為例」，貨幣觀測與信用評等第 58 期。
2. 施勇任，2002，「選擇權之風險值的計算方法探討 Value-at-Risk of Option」，東吳大學商用數學所，碩士論文。
3. 蒲建亨，2001，「整合 VaR 法之衡量與驗證—以台灣金融市場投資組合為例」，國立政治大學，碩士論文。
4. 戴裕鴻，1999，「非線性部位之 VaR 模型探討」，國立中山大學，碩士論文。
5. Hull, J. C., 2003, Options, Futures and Other Derivatives, Prentice-Hall, 5<sup>th</sup> Edition
6. Jorion, P., 2001, "Value at Risk : The New Benchmark for Managing Financial Risk," The McGraw-Hill Companies, 2<sup>nd</sup> Edition



表十三、風險值方法實證彙總比較表

信賴水準=0.99	回顧測試百分比	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
價平買權	SMA\Historical\Monte Carlo 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守
價平賣權	SMA\EWMA 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
價內買權	EWMA 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	SMA 較保守
價內賣權	—	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	SMA 較保守
價外買權	Monte Carlo 較佳	除 EWMA\Historical 外所有方法皆在合理範圍	除 EWMA\Historical 外所有方法皆在合理範圍	Monte Carlo 較保守
價外賣權	SMA 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
上勒式	Historical 較佳	只有 Historical 在合理範圍	只有 Historical 在合理範圍	Historical 較保守
下勒式	Monte Carlo 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守
上跨式	Historical 較佳	只有 Historical 在合理範圍	只有 Historical 在合理範圍	Historical 較保守
下跨式	SMA\EWMA 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守
信賴水準=0.95	回顧測試百分比	Z檢定	LR檢定	MRB檢定
價平買權	EWMA\Historical 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守
價平賣權	Historical 較佳	除 Monte Carlo 外所有方法皆在合理範圍	除 Monte Carlo 外所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
價內買權	EWMA 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	SMA 較保守
價內賣權	SMA\EWMA\Historical 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
價外買權	Monte Carlo 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Monte Carlo 較保守
價外賣權	EWMA\Historical 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
上勒式	SMA\Monte Carlo 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
下勒式	SMA\Historical 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守
上跨式	SMA\Monte Carlo 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	Historical 較保守
下跨式	SMA\Historical 較佳	所有方法皆在合理範圍	所有方法皆在合理範圍	EWMA 較保守

資料來源：本研究整理