可贖回永續債評價
—以台壽保無到期日累積次順位公司債為例

趙育祥*、黎致平**

壹、前言

今年以來金融業十分熱門的增資工具，則是發行永續無到期日債券。由於永續債不稀釋股權，在滿足條件下又可強化第一類資本適足率，若再加上具有提前贖回條款，對於資金運用而言是十分具彈性的工具，今年以來已有數家金融機構，接連發行百億新台幣規模的永續可贖回債，而其中高雄銀在8月才剛發行額度8億元的永續債，但是考量業務成長與資本強度，因此規劃明年初再發永續債，額度初估大約10億元，可知此類商品在市場上，不論是發行或投資方將有高度機會持有，其評價與風險控管不容忽視。

永續可贖回債因具有贖回條件，若贖回具有再投資風險，不適用一般現金流量折現法來評價，本研究以台壽保106年度第1期無到期日累積次順位公司債為例，採用最小平方蒙地卡羅評價法(least-squares Monte-Carlo pricing method)考慮贖回條件，來試評其合理價格。

貳、評價標的資訊

評價永續債此類商品時，首先需對該發行公司和標的契約內容作一整理，才能依其公司特性和條件，分別考慮影響因素並進一步評價，其整理如下。

一、標的發行公司說明

1. 公司名稱：台灣人壽保險股份有限公司。
2. 設立日期：1946年5月。
3. 資本總額：41,791,131仟元。
4. 實收資本額：41,791,131仟元。
5. 公司地址：台北市南港區經貿二路188號8樓。
6. 主要業務：人身保險業務。

二、評價標的說明

1. 債券名稱：台灣人壽保險股份有限公司106年度第1期無到期日累積次順位公司債。
2. 代碼：B99701。
3. 簡稱：P06台壽1。
4. 發行總面額：新台幣150億元整。
5. 發行價格(佰元價)：新台幣100元(依票面金額100%發行)。
6. 發行日：106年6月21日。
7. 到期日：無到期日。
8. 贖回條款：發行滿10年起，每年付息日時發行機構具有以本金贖回之權利。
9. 票面利率：固定利率，自發行日起屆滿10年止，利率為3.45%，自發行日起屆滿10年後，若發行人未贖回本公司債，則票面利率

*台灣經濟新報研究員。
**台灣經濟新報研究員。

加計1%。
10. 擔保機構：無。
11. 信用評等機構：惠譽(Fitch)。
12. 信用評等：AA-(twn)。
13. 受償順位條件：次於本公司所有其他非次順位債權人之受償順位。
14. 債券銷售對象：僅限本中心外幣計價國際債券管理規則所定之專業投資人。

參、價值計算

一、商品類型分析

本商品為次順位之債權，故其信用風險條件較此公司的主要順位債權要低，僅以發行公司的主體信用評等進行評估有高估的疑慮，故評價時應以此次順位債權之信用風險評等為主。

另外，本商品無固定之到期還本日，僅在發行屆滿十年後，發行公司得決定贖回還本與否，且屆滿十年後發行公司得於每年付息日決定是否贖回，非單次贖回權利；另外，發行屆滿十年後，票面利率將會從3.45%調升1%，成為前十年3.45%、之後皆為4.45%的階梯式債券。此一到期日不確定的特性，將影響評價時所計算票面利息以4.45%所計算的利息的總額，進而對評價結果產生影響。

綜合以上條件判斷，此一債券為具有美式可贖回權利、無到期日之階梯狀計息債券。

二、模型選用考量

依據商品類型分析結果，此金融商品為包含或有權利(contingent claims)的階梯式計息債券，此一或有權利為發行滿十年後，每年可於付息日決定贖回與否的百慕達式贖回權、且發行滿十年後票面利率改變，若以Black模型計算歐式債券選擇權的模型來估算贖回權利的價值，有低估的疑慮；另一方面，普遍應用之選擇權封閉解模型，皆需要有確切的到期日，而此金融商品為無到期日之永續債券，所附帶的或有權利亦為無限期，故難以適用。

無到期日之選擇權評價，有不同的處理方式，可區分為（一）以數值模擬的方式，重覆以更大的到期日計算價值，若價值的變化量小於可接受的容許範圍，則接受此一到期日評價的結果；（二）在隨機過程服從萊維過程（L?vy process）下，Boyarchenko & Levendorskii提出了以Dynkin’s formula與Wiener－Hopf factorization來求取美式永續買權與美式永續賣權解析解的方法。（三）隨機過程服從其他假設之下，針對特定選擇權類型所求取解析解的方式。

由於此債券之評價所對應之風險因子為利率因子，在不同的利率模型假設下，利率隨機過程的型態會有所不同，增加推導解析解的困難度；另一方面，應用今日的計算機效能進行數值解的速度較快，以數值解來進行含有特殊條款的選擇權價值估計，亦可以更不受解析解模型侷限的假設條件進行計算，如本商品所包含的或有權利為一僅能在非連續的特定時點行使之百慕達式選擇權，本評價報告為考量評價之精確度與模型建構的效率性，採用數值解模擬，並重覆以更大的到期日計算價值，直到評價值以給定誤差變化量之下，收斂於固定水準為止的方式進行評價。

三、評價方法選擇

以數值模擬的方式對包含或有權利的金融商品評價，區分為兩種：

➢ 樹狀圖法

樹狀圖法是以動態規劃的方式，將評價商品所對應的風險因子，以樹狀圖模擬隨機過程隨時間飄移發散的特徵，並計算在樹枝狀相連接的各結點之間飄移的機率，以藉此進行倒推法，從樹狀圖發散的最後一個期間點的各節點，分別向相連結得前一期結點倒推，逐期計算在前一期結點時的期望價值，與前一期結點的停止報酬進行比較，以求取各時間點、在各節點時的最佳停止策略，最後求算出最佳停止策略下，在時間點為t=0時的期望淨現值。

然而樹狀圖法在進行多個隨機過程考慮相關性進行模擬樹狀結構時，會因為結點發散增加速度過快，導致計算機的效能負擔以指數倍成長，故在較長期間（或較高的時間精細度、即結點與相連接的下一個結點所距離的時間越小）或較多因子的模型下，計算效率會嚴重下降。

➢ 最小平方蒙地卡羅法

Longstaff & Schwartz (2001) 所提出之最小平方蒙地卡羅評價法(least-squares Monte-Carlo pricing method)，此方法之優點在於無論標的資產的報酬服從何種隨機過程皆可使用，且計算方法簡單直覺，在多因子模型下具有較好之運算效率。

本報告為考慮模型建構的效率性與解釋性，採用最小平方蒙地卡羅法，針對此一包含或有權利的永續債券進行評價。

四、評價模型說明

1. 契約風險因子分析

本報告評價標的之發行條件簡易資料如下：債券發行信用評為AA-(twn) (惠譽)；發行日為2017/06/21，無到期日；本商品之票面利率為3.45%，每年支付利息一次；此債券發行後第10年當日 (含) 及其後各付息日，發行人得提前贖回本債券；贖回價格為其票面本金，以百元價表示則為100。因此公式可表示為

$$\mathrm{C(t)} = \mathrm{F_0},$$

其中 C(t)為 t 時以新台幣計價之贖回價格、F_0 為名目本金。由上述可得知對於此檔可贖回付息公司債之買方而言，大致上面臨了四種風險：(i)利率風險：債券價格隨著市場利率升降而有所波動；(ii) 提前贖回風險、再投資風險：當未來利率走跌時，債券發行人會視自身負債融資成本而贖回債券，買方必須尋找其他報酬、風險相當之標的進行投資所需之機會成本；(iii) 違約風險：債券發行公司發生違約事件時，買方可能面臨無法完全回收原始本金。

2. 現金流量結構

根據上述簡易契約內容，此檔可贖回付息永續公司債之現金流量結構 CF(t) 可表示為

$$CF(t) = \begin{cases} cp, & t = t_{cp} \cap \tau_d > t \cap \tau_c > t, \\ C(\tau_c), & t = \tau_c \cap \tau_d > \tau_c, \\ \delta F_0, & t = \tau_d \cap \tau_d < \tau_c, \end{cases}$$

其中 t_{cp} 為債券付息時間、τ_d 為債券首次違約時間、τ_c 為債券首次被贖回時間、δ 為本金回收率 (recovery rate)。現金流量結構可拆解為三項：第一項為債券在付息時點前皆未發生違約、贖回，債券持有人 (買方、投資人、債權人) 可在付息日獲得利息；第二項為債券贖回日時以約定之贖回價格進行贖回，因此債券持有人可獲得贖回價格；第三項為債券發生違約，此時債券持有人僅可回收部分本金。給定在評價時間點之完整資訊集合 $\mathbb{G}(0)$，可贖回付息永續公司債之評價模式為

$$\lim_{T\to\infty} B(0,T) = \lim_{T\to\infty}\left\{cp\sum_{t=1}^{T}\mathrm{E}^{\mathcal{Q}_D}\left[e^{-\int_0^t r_D(s)ds-\lambda t}1_{\{\tau_c>t\}}\right] + \mathrm{E}^{\mathcal{Q}_D}\left[e^{-\int_0^{\tau_c} r_D(s)ds-\lambda\tau_c}C(\tau_c)1_{\{\tau_c<T\}}\right]\right.$$
$$\left. + \mathrm{E}^{\mathcal{Q}_D}\left[\int_t^{T\wedge\tau_c}\lambda e^{-\int_0^u r_D(s)ds-\lambda u}\delta F_0 du\right]\right\},$$

此部分可參考 Duffie (1998), Lando (1998), Duffie & Singleton (1999), Longstaff, Mithal, & Neis (2005)。

3. 利率風險因子之隨機過程

考慮一組被標準布朗運動 $\mathrm{W}_{\mathrm{D}}^{\mathbb{Q}_\mathrm{D}}(\mathrm{t}) \sim \mathrm{Normal}(0,\mathrm{t})$ 所定義之機率空間 $\{\Omega,\mathbb{F},\mathbb{Q}_\mathrm{D}\}$，其中 Ω 為所有出象所組成之宇集、$\mathbb{F}$為屬於 Ω 之子集之 σ-field、$\mathbb{Q}_\mathrm{D}$ 為國內風險中立機率測度。令 $\{\mathbb{F}(\mathrm{t})\}_{\mathrm{t}=0}^{\mathrm{T}}$ 為一系列包含 t 時間點之標準布朗運動之資訊集合。根據上述定義，若國內短期利率服從Hull & White (1994b) 模型，則其隨機過程如下：

$$\mathrm{dr_D(t)} = \kappa_\mathrm{D}[\theta_\mathrm{D}(\mathrm{t}) - \mathrm{r_D(t)}]\mathrm{dt} + \sigma_\mathrm{D}\mathrm{dW}_\mathrm{D}^{\mathbb{Q}_\mathrm{D}}(\mathrm{t}), \tag{1}$$

其中 κ_D 為復歸速度，即當短利偏離長期平均水準時被拉回之力道；$\theta_D(t)$ 為短利之長期平均水準；σ_D 為短利之瞬間波動度。此模型之優點在於 (i) 可配適每日殖利率曲線；(ii) 服從常態分配可捕捉負利率發生可能性；(iii) 付息債券評價公式存在封閉解。給定資訊集合 $\mathbb{F}(\mathrm{t})$，短期利率在 s 時 (t<s) 之水準為

$$\mathrm{r_D(s)} = \mathrm{r_D(t)}\mathrm{e}^{-\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-t})} + \kappa_\mathrm{D}\int^{s}\theta_\mathrm{D}(\mathrm{u})\mathrm{e}^{-\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-u})}\mathrm{du} + \sigma_\mathrm{D}\int^{s}\mathrm{e}^{-\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-u})}\mathrm{dW}_\mathrm{D}^{\mathbb{Q}_\mathrm{D}}(\mathrm{u}), \tag{2}$$

明顯地，根據常態分配之相加性質，短利服從常態分配，其期望值與變異數如下：

$$\mathrm{E}^{\mathbb{Q}_\mathrm{D}}[\mathrm{r_D(s)}|\mathbb{F}(\mathrm{t})] = \mathrm{r_D(t)}\mathrm{e}^{-\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-t})} + \kappa_\mathrm{D}\int_\mathrm{t}^\mathrm{s}\theta_\mathrm{D}(\mathrm{u})\mathrm{e}^{-\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-u})}\mathrm{du}, \tag{3}$$

$$\mathrm{Var}^{\mathbb{Q}_\mathrm{D}}[\mathrm{r_D(s)}|\mathbb{F}(\mathrm{t})] = \frac{\sigma_\mathrm{D}^2\left[1-\mathrm{e}^{-2\kappa_\mathrm{D}(\mathrm{s-t})}\right]}{2\kappa_\mathrm{D}}. \tag{4}$$

考慮一個到期日為 T 之國內付息公債，給定資訊集合 $\mathbb{F}(t)$，其評價公式為

$$P_D(t,T)=\exp[A_D(t,T)-r_D(t)B_D(t,T)], \tag{5}$$

其中

$$A_D(t,T)=\ln\frac{P_D^M(0,T)}{P_D^M(0,t)}+f_D^M(0,t)B_D(t,T)-\frac{\sigma_D^2(1-e^{-2\kappa_D t})}{4\kappa_D}B_D^2(t,T),$$

$$B_D(t,T)=\frac{1-e^{-\kappa_D(T-t)}}{\kappa_D},$$

市場瞬間遠期利率 $f_D^M(0,t)$ 與市場付息債券 $P_D^M(0,t)$ 可由殖利率曲線校準而得，如下式：

$$f_D^M(0,t)=R_D^M(0,t)+t\frac{\partial R_D^M(0,t)}{\partial t}, \tag{6}$$

其中 $R_D^M(0,t)$為到期期間 t 之付息公債殖利率。

然而市場僅公布有限個到期期限之殖利率，無法對於即期殖利率曲線進行微分，雖然可透過有限差分法 (finite difference) 進行近似，但往往產生遠期殖利率曲線不平滑之現象，容易得到一組不合常理之數值。因此本研究假設即期殖利率曲線服從一組三次多項式，如下：

$$R_D^M(0,t)=\beta_0+\beta_1 t+\beta_2 t^2+\beta_3 t^3 \tag{7}$$

其多項式係數可由線性最小平方法校準之。如此一來可平滑化遠期利率曲線又可避免異常值之產生。為此透過上述方式進行近似，給定 N 個市場殖利率 $R_D^M(0,t_i)$，i=1,⋯,N，則市場瞬間遠期利率如下：

$$f_D^M(0,t_i)=R_D^M(0,t_i)+t_i\left.\frac{\partial R_D^M(0,t)}{\partial t}\right|_{t=t_i}\approx\beta_0+2\beta_1 t_i+3\beta_2 t_i^2+4\beta_3 t_i^3, \tag{8}$$

另一方面，短利之長期平均水準亦利用此方法進行近似，如下：

$$\begin{aligned}\theta_D(t_i)&=f_D^M(0,t_i)+\frac{1}{\kappa_D}\left.\frac{\partial f_D^M(0,t)}{\partial t}\right|_{t=t_i}+\frac{\sigma_D^2[1-e^{-2\kappa_D t_i}]}{2\kappa_D^2}\\&\approx\beta_0+2\beta_1\left(1+\frac{1}{\kappa_D}\right)t_i+3\beta_2\left(1+\frac{2}{\kappa_D}\right)t_i^2+4\beta_3\left(1+\frac{3}{\kappa_D}\right)t_i^3+\frac{\sigma_D^2[1-e^{-2\kappa_D t_i}]}{2\kappa_D^2}.\end{aligned} \tag{9}$$

4. 最小平方蒙地卡羅法

本報告將最小平方蒙地卡羅評價法分為八個步驟，以下將逐一敘述各步驟之內容。

[1] 模擬國內利率隨機過程在國內風險中立測度下之走勢。

將（2）式以離散時間之方式拆解，第 m 條路徑如下：

$$r_{D,m}(t+\Delta) = r_{D,m}(t) + \kappa_D\big[\theta_D(t) - r_{D,m}(t)\big]\Delta + \sigma_D\sqrt{\Delta}\varepsilon_{D,m}^{\mathbb{Q}_D}(t), \quad (10)$$

其中 m=1,2,⋯,M 為路經編號；Δ=1/12 為時間增量。

[2] 決定贖回價格。

若債券在時間 τ_c 被贖回，根據契約載明之贖回計畫，贖回價格為

$$D(\tau_c) = F_0 \quad (11)$$

當贖回價值低於債券持有價值時，發行人會有動機進行債券贖回。換句話說，債券發行人會在市場利率低迷時，以借新還舊之方式將債券贖回來降低負債融資之機會成本，公式表示為

$$H_{D,m}(\tau_c) > C_D(\tau_c). \quad (12)$$

本研究假設債券發行人進行債券贖回時無產生任何財務成本。

[3] 決定到期價值。

與二元樹、三元樹、有限差分法類似，本報告使用之最小平方蒙地卡羅亦採用反向歸納法進行評價，因此必須先決定可贖回付息公司債之期末價值。在期末時債券價值 (或持有價值) 等於發行人必須償還給買方之本利和，如下：

$$V_{D,m}(T) = F_0 + cp \quad (13)$$

[4] 針對非贖回日、非付息日，決定債券價值。

給定第 m 條短期利率路徑與 t+Δ 時債券價值 $V_{F,m}$ (t+Δ)，則在 t 時債券持有價值為

$$V_{D,m}(t) = e^{-r_{D,m}(t+\Delta)\Delta}\Big[e^{-\lambda\Delta}V_{D,m}(t+\Delta) + \big(1-e^{-\lambda\Delta}\big)\delta F_0\Big], \quad (14)$$

其中 $e^{-\lambda\Delta}$ 與 $1\text{-}e^{-\lambda\Delta}$ 分別表示在期間 (t,t+Δ] 內債券存活與違約之機率，當繼續存活則下一期之價值為 $V_{D,m}$ (t+Δ)；當發生違約時則僅可回收 δF_0。因此將未來可能之價值或現金流量加權平均並折現至 t 時即為當期債券價值。

[5] 針對非贖回日、付息日，決定債券價值。

給定第 m 條短期利率路徑與 t+Δ 時債券價值 $V_{F,m}$ (t+Δ)，則在 t 時債券持有價值為

$$V_{D,m}(t) = \Big\{cp + e^{-r_{D,m}(t+\Delta)\Delta}\Big[e^{-\lambda\Delta}V_{D,m}(t+\Delta) + \big(1-e^{-\lambda\Delta}\big)\delta F_0\Big]\Big\}, \quad (15)$$

其中 $e^{-\lambda\Delta}$與 $1-e^{-\lambda\Delta}$ 分別表示在期間 (t,t+Δ] 內債券存活與違約之機率，當繼續存活則下一期之價值為 $V_{D,m}(t+\Delta)$；當發生違約時則僅可回收 δF_0。因此將未來可能之價值或現金流量加權平均，並折現至 t 時並加上利息即為當期債券價值。

[6] 針對贖回日、非付息日，決定債券價值。

先利用第（15）式計算 t 時債券價值，在 M 條路徑中將滿足贖回價格低於以新台幣計價之債券價值 (價內選擇權) $H_{D,m}(t) > C_D(t)$之債券價值取出。假設有 K 條滿足上述條件，0<K≤M，計作 $\{h_{D,1}(t),\cdots,h_{D,K}(t)\}$，透過下列線性迴歸模型計算債券之期望價值：

$$\ln h_{D,k}(t) = \alpha_0 + \alpha_1 r_{D,k}(t) + \alpha_2 r_{D.k}^2(t) + z_k, \quad z_k \overset{IID}{\sim} \text{Normal}(0,1), \tag{16}$$

其中將債券價值取對數僅為了滿足價格恆為正與迴歸基本假設。利用最小平方法進行參數估計，並可計算債券之期望價值

$$h_{D,k}^{\star}(t) = \exp\left[\alpha_0^{\star} + \alpha_1^{\star} r_{F,k}(t) + \alpha_2^{\star} r_{D,k}^2(t)\right], \quad k = 1,\cdots,K. \tag{17}$$

因此第 k 條路徑下 t 時之債券價值可更新如下：

$$V_{D,k}(t) = C_D(t) 1_{\{h_{D,k}^{\star}(t) > C_D(t)\}} + h_{D,k}^{\star}(t) 1_{\{h_{D,k}^{\star}(t) \le C_D(t)\}} \tag{18}$$

[7] 針對贖回日、付息日，決定債券價值。

先利用第（15）式計算 t 時債券價值，在 M 條路徑中將滿足贖回價格低於以美元計價之債券價值 (價內選擇權) $H_{D,m}(t) > C_D(t)$ 之債券價值取出。假設有 K 條滿足上述條件，0<K≤M，計作 $\{h_{D,1}(t),\cdots,h_{D,K}(t)\}$，透過下列線性迴歸模型計算債券之期望價值：

$$\ln h_{D,k}(t) = \alpha_0 + \alpha_1 r_{D,k}(t) + \alpha_2 r_{D.k}^2(t) + z_k, \quad z_k \overset{IID}{\sim} \text{Normal}(0,1), \tag{19}$$

其中將債券價值取對數僅為了滿足價格恆為正與迴歸基本假設。利用最小平方法進行參數估計，並可計算債券之期望價值

$$h_{Dk}^{\star}(t) = \exp\left[\alpha_0^{\star} + \alpha_1^{\star} r_{D,k}(t) + \alpha_2^{\star} r_{D,k}^2(t)\right], \quad k = 1,\cdots,K. \tag{20}$$

因此第 k 條路徑下 t 時之債券價值可更新如下：

$$V_{D,k}(t) = C_F(t) 1_{\{h_{D,k}^{\star}(t) > C_D(t)\}} + h_{D,k}^{\star}(t) 1_{\{h_{D,k}^{\star}(t) \le C_D(t)\}} \tag{21}$$

[8] 可贖回付息債券價格。

重複第二至八步驟，直到第0時可得債券價格：

$$\lim_{T\to\infty} B_D(0,T) \approx \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} e^{-r_{D,m}(\Delta)\Delta}\left[e^{-\lambda\Delta}\frac{V_{D,m}(\Delta)}{X(\Delta)} + \left(1-e^{-\lambda\Delta}\right)\delta F_0\right]. \tag{22}$$

肆、信用風險與流動性利差調整

一、信用風險調整

按照參、價值計算的(15)式說明，$e^{-\lambda\Delta}$與$1-e^{-\lambda\Delta}$ 分別表示在期間 (t,t+Δ] 內債券存活與違約之機率，為了計算每一期的違約機率，需要估計違約強度λ。因本檔評價標的P06台壽1本身具有惠譽出具之信用評等AA-(twn)之信用等級，使用OTC櫃檯買賣中心每天公布揭露的twBBB至twAAA四個等級的含信用風險殖利率曲線資料，與使用Cubic Spline配適公債成交價的無風險殖利率曲線，計算出以下各年期的信用利差：

表一：信用利差調整表

到期年限	1 年	2 年	3 年	5 年	10 年	20 年
含信用風險殖利率	0.666%	0.747%	0.821%	0.92%	1.313%	2.016%
無風險殖利率	0.4539%	0.5642%	0.6944%	0.8027%	0.9736%	1.3104%
信用利差	0.2121%	0.1828%	0.1266%	0.1173%	0.3394%	0.7056%

資料來源：櫃檯買賣中心，本研究整理。

信用利差在以LGD(違約損失率)為50%的保守假設之下，以下列公式反算對應的違約機率：

$$\mathrm{PD} = (\mathrm{EXP}\{-1 * 信用利差 * 到期年限\} - 1)/(\mathrm{LGD} - 1) \tag{23}$$

再以計算出各期違約機率，與任意給定$\hat{\lambda}$之所計算出之理論違約機率$E[PD] = 1 - e^{-\hat{\lambda}\Delta}$計算出誤差的平方和後進行加總，如下式：

$$\mathrm{MSE} = \sum_{i}(\mathrm{PD} - 1 - e^{-\hat{\lambda}\Delta})^2 \tag{24}$$

其中i=到期年限。最後求取MSE最小化之下所對應的$\hat{\lambda}$，即為評價時求算信用風險所使用的違約強度：

表二：各期違約機率與違約強度計算表

到期年限	1 年	2 年	3 年	5 年	10 年	20 年
違約機率	0.4238%	0.7299%	0.7582%	1.1696%	6.6741%	26.323%
MSE(i)	6.05586E-05	0.000275	0.000787	0.002207	0.002224	0.002343
MSE	0.007896092					
推估 Lamda	0.01209226					
求算違約機率	1.2019442%					

資料來源：本研究整理。

二、流動性利差調整

此一債券在發行時，以平價發行；但在發行日2017/6/21時，以上述方式估計之違約強度進行評價後，評價結果為溢價，百元價表示為114.2332。此一溢價顯示，評價標的債券因市場流動性或交易偏好，導致存在額外的利差，故本次評價報告為調整此一額外利差造成的溢價，以反覆求解的方式，求算出標的債券在發行日的評價結果會逼近平價的額外流動性利差s。在評價日2018/10/19進行時，額外於評價模型中，將此一流動性利差s加入折現率中，使前述(15)修正為：

$$V_{D,m}(t) = e^{-1(r_{D,m}(t+\Delta)+s)\Delta}\left[e^{-\lambda\Delta}V_{D,m}(t+\Delta) + \left(1 - e^{-\lambda\Delta}\right)\delta F_0\right], \tag{25}$$

表三：流動性利差調整表

2017/6/21 流動性利差調整結果比較					
債券代碼	簡稱	違約強度	流動性利差	期望停止時間	理論價 (百元價)
B99701	P06 台壽 1	0.00807	0	10	114.2332
B99701	P06 台壽 1	0.00807	1.5729%	10	100.0305

資料來源：本研究整理。

伍、評價結果與敏感度分析

一、評價結果

本研究採用最小平方蒙地卡羅法計算此包含永續贖回權之無到期日債券，並考慮其信用評等AA(twn)考慮信用風險對評價之影響；另外計算理論模型在發行日評價之結果與發行時以平價發行之價差，額外計算流動性利差，加入評價模型中作為折現利率的調整項，以修正調整評價之結果。考慮上述模型與參數調整後，於評價基準日2018/10/19評價之結果如下：

表四：標的債券評價結果匯總表

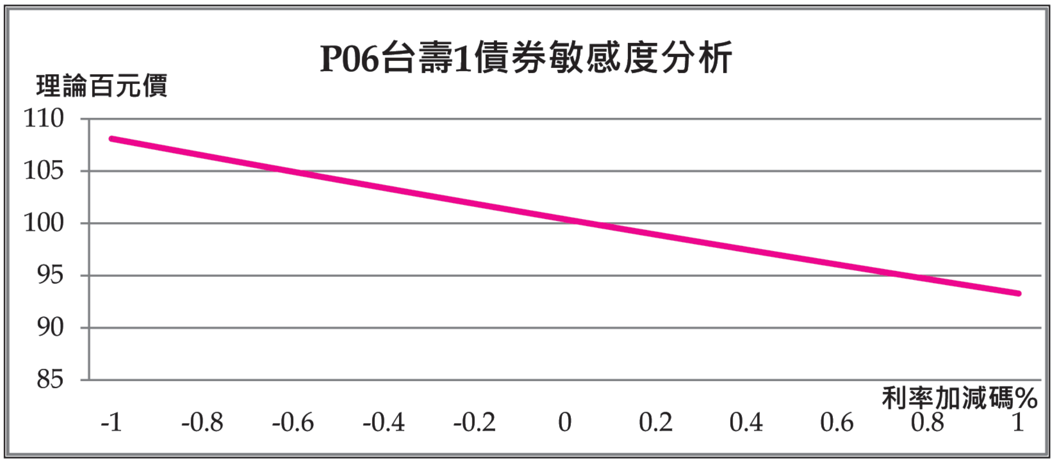
2018/10/19 評價結果匯總					
債券代碼	簡稱	違約強度	流動性利差	期望停止時間	理論價 (百元價)
B99701	P06 台壽 1	0.01209	1.5729%	8.75	100.3963

資料來源：本研究整理。

二、敏感度分析

有關屬第三等級公允價值衡量項目所使用評價模型之重大不可觀察輸入值，須於財務報表中對不可觀察輸入值變動之敏感度作敘述性描述(IFRS13-93(h))。本研究針對評價假設中之主要參數：利率，進行敏感度分析。以2018/10/19的利率水準，分別進行加減碼的調整，計算出評價結果。敏感度分析結果如下：

圖五：債券理論百元價之敏感度分析



資料來源：本研究整理。

表六：債券理論百元價之敏感度分析

敏感度評價結果匯總				
違約強度	流動性利差	敏感度分析加(減)碼	期望停止時間	理論價 (百元價)
0.01209	1.5729%	1%	8.75	93.2863
		0.9%	8.75	93.9715
		0.8%	8.75	94.6624
		0.7%	8.75	95.3588
		0.6%	8.75	96.061
		0.5%	8.75	96.7689
		0.4%	8.75	97.4826

續表六：債券理論百元價之敏感度分析

敏感度評價結果匯總				
違約強度	流動性利差	敏感度分析加(減)碼	期望停止時間	理論價 (百元價)
0.01209	1.5729%	0.3%	8.75	98.2021
		0.2%	8.75	98.9275
		0.1%	8.75	99.6589
		0	8.75	100.3963
		-0.1%	8.75	101.1396
		-0.2%	8.75	101.8891
		-0.3%	8.75	102.6448
		-0.4%	8.75	103.4066
		-0.5%	8.75	104.1747
		-0.6%	8.75	104.949
		-0.7%	8.75	105.7298
		-0.8%	8.75	106.5169
		-0.9%	8.75	107.3105
		-1%	8.75	108.1106

資料來源：本研究整理。

陸、結論

本研究針對台灣人壽保險股份有限公司106年度第一期無到期日累積次順位公司債之公允價值進行評估。採用最小平方蒙地卡羅法計算，並考慮信用利差與流動性利差，於2018年10月19日評價基準日之每單位公允價值為100.3963元，在殖利率升降1%幅度的情境下，價格最低為93.2863元，最高為108.1106元。

參考文獻

1. Ammann, M., A. Kind, & C. Whide, 2008, "Simulation-Based Pricing of Convertible Bonds," Journal of Empirical Finance, Vol. 15, 310-331.
2. Anson, M.J.P., F.J. Fabozzi, M. Choudhry, & R.R. Chen, 2004, Credit Derivatives: Instruments, Applications, and Pricing, Wiley.
3. Asmussen, S.,Avram, F. and Pistorius, M.R.: Russian and American put options under exponential phase-type L'evy models. Stochastic Processes and their Applications. 109, 79-111(2004).
4. Bielecki, T.R. & M. Rutkowski, 2004, Credit Risk: Modeling, Valuation, and Hedging, Springer.

5. Brigo, D. & F. Mercurio, 2006, Interest Rate Models-Theory and Practice with Smile, Inflation, and Credit, Springer.
6. Boyarchenko, S. and Levendorskii, S.Z.: Perpetual American options under L?evy processes. SIAM Journal of Control and Optimization. 40, 1663-1696(2002).
7. Boyarchenko, S., Two-point boundary problems perpetual American strangles in jump diffusion model. Available at SSRN: http://ssrn.com/abstract=896260, Department of Economics, University of Texas at Austin, Austin, TX.(2006).
8. Chang, C.C., W.Y. Huang, & S.D. Shyu, 2011, "Pricing Mortgage Insurance with Asymmetric Jump Risk and Default Risk: Evidence in the U.S. Housing Market," Journal of Real Estate Finance and Economics, Vol. 45, 846-868.
9. Chang, M.C, Sheu, Y.C.:Free boundary problems and Perpetual American Strangles. Quantitative Finance. Accepted. (2013).
10. Choudhry, M., 2005, The Fixed Income Securities and Derivatives Handbook: Analysis and Valuation, Bloomberg Press.
11. Fabozzi, F.J. & M.L. Leibowitz, 2007, Fixed Income Analysis, Wiley.
12. Hull, J. & A. White, 1990, "Pricing Interest-Rate Derivatives Securities," Review of Financial Studies, Vol. 3, 573-592.
13. Hull, J. & A. White, 1994, "Numerical Procedures for Implementing Term Structure Models I: Single-Factor Models," Journal of Derivatives, Vol. 2, 7-15.
14. Jarrow, R. & Y. Yildirin, 2003, "Pricing Treasury Inflation Protected Securities and Related Derivatives using an HJM Model," Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 38, 337-358.
15. Longstaff, F.A. & E.S. Schwartz, 2001, "Valuing American Options by Simulation: A Simple Least-Squares Approach," Review of Financial Studies, Vol. 14, 113-147.
16. Longstaff, F.A., S. Mithal, & E. Neis, 2005, "Corporate Yield Spreads: Default Risk or Liquidity? New Evidence from the Credit Default Swap Market," Journal of Finance, Vol. 60, 2213-2253.
17. Milanov, K., O. Kounchev, F.J. Fabozzi, & Y.S. Kim, & S. T. Rachev, 2013, "A Binomial-Tree Model for Convertible Bond Pricing," Journal of Fixed Income, Vol. 22, 79-94.
18. Vasicek, O., 1977, "An Equilibrium Characterization of the Term Structure," Journal of Financial Economics, Vol. 5, 177-188.